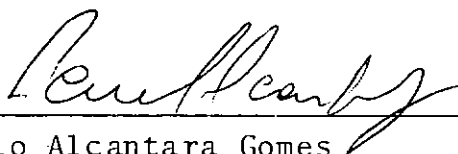


INFLUÊNCIA DOS VERTEDOUROS NO COMPORTAMENTO
ESTRUTURAL DE BARRAGENS-CASCA

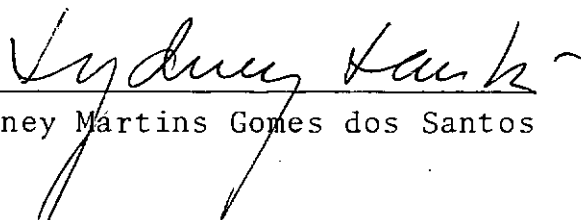
Sávio Silveira Lobo da Silva Lima

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS (M. Sc.).

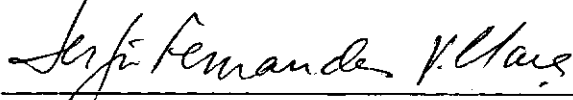
Aprovada por:



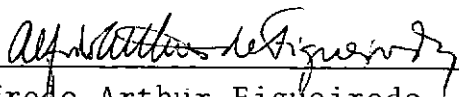
Paulo Alcantara Gomes
(Presidente)



Sydney Martins Gomes dos Santos



Sergio Fernandes Villaça



Alfredo Arthur Figueiredo

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

MARÇO DE 1982

SILVA LIMA, SÁVIO SILVEIRA LOBO DA

Influência dos Vertedouros no Comportamento Estrutural de Barragens-Casca (Rio de Janeiro) 1982

XV , 130 p. 29,7 cm (COPPE-UFRJ, M.Sc., Engenharia Civil, 1982)

Tese - Universidade Federal do Rio de Janeiro. COPPE

1. Barragens-casca I. COPPE/UFRJ II. Título (Série)

A minha esposa

Mariana

As minhas filhas

Natália

Patrícia

Aos meus pais

Waldyr e Hebe

Aos meus irmãos

Sidney

Sueli

Sonia

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Paulo Alcantara Gomes, pela dedicada orientação dada a este trabalho.

Ao corpo docente do Programa de Engenharia Civil, pelos ensinamentos transmitidos.

A Flávio César Borba Mascarenhas, Paulo Renato Diniz Junqueira e Paulo Cesar Colonna Rosman, pela colaboração na arte final dos gráficos apresentados.

A Norma Malinverno Weiss, pela confecção das ilustrações.

A Daisy Pierucci, pela datilografia do texto.

A todos os colegas e amigos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O objetivo do presente trabalho é o de analisar através do método dos elementos finitos o comportamento estrutural de barragens-casca quando considerada a existência dos vertedouros.

Neste sentido estudou-se uma barragem de curvatura simples (tipo I), em vale simétrico, definidos pela "Institution of Civil Engineers" (ICE), em dez situações distintas com relação ao número e posição dos vertedouros e ao tipo de fundação adotada.

Analizou-se a estrutura através do sistema de linguagem orientada Lorane Linear, com a utilização de elementos isoparamétricos, tridimensionais, de oito pontos nodais e função de interpolação linear.

Com os resultados obtidos chegou-se às seguintes conclusões:

- A influência dos vertedouros é representada por uma diminuição da capacidade de redistribuição de tensões da barragem;
- Pequenas variações no número de vertedouros não apresentam alterações significativas no estado de tensões;
- A localização dos vertedouros na posição inferior apresenta melhor distribuição de tensões do que na posição superior;

- A deformabilidade da fundação é representada pela proporcionalidade entre a relação dos módulos de elasticidade do concreto e da fundação (E_c/E_f) e o gradiente de tensões despertadas.

ABSTRACT

The objective of the present work is to analyze, by the finite element method, the structural behaviour of arch dams, when the existence of spillways is considered.

For this purpose, it was studied a dam with simple curvature (type I), with symmetrical valley defined by the Institution of Civil Engineers (ICE), at ten different situations with respect to the number and the localization of the spillways and to the type of foundation adopted.

It was analyzed the structure by the oriented language system Lorane Linear, with the use of isoparametrical, three-dimensional elements with eight nodal points and linear function of interpolation.

With the results obtained, it was concluded the following:

- The influence of the spillways is represented by a diminution of the capacity of redistributing of tensions in the dam.
- Small variations on the number of spillways do not present significant differences on the state of tensions.
- The localization of the spillways at the lower position presents better distribution of tensions than at the upper position.

- The deformability of the foundation is represented by the proportionality between the ratio of the modulus of elasticity of the concrete and of the foundation (E_c/E_f), and the gradient of the appearing tensions.

SIMBOLOGIA

Os símbolos utilizados encontram-se, em sua maioria, definidos no próprio texto. Apresentar-se-á a seguir um resumo dos principais símbolos utilizados.

U	- energia potencial total
$\underline{\epsilon}$	- matriz de deformações
\underline{u}	- vetor de deslocamentos
\underline{b}	- vetor de forças de massa
\underline{P}	- vetor de forças de superfície
\underline{N}	- matriz das funções de interpolações
\underline{U}^i	- vetor de deslocamentos nodais do elemento i
\underline{K}^i	- matriz de rigidez do elemento i
\underline{U}	- vetor de deslocamentos nodais
\underline{K}	- matriz de rigidez
$ \epsilon_m $	- matriz de deformações sobre modelos
$ \epsilon_p $	- matriz de deformações sobre o protótipo
$ \delta_m $	- matriz de deslocamentos sobre modelos
$ \delta_p $	- matriz de deslocamentos sobre o protótipo
$ \sigma_m $	- matriz de tensões sobre modelos

$|\sigma_p|$ - matriz de tensões sobre o protótipo

$$\dot{x} = \frac{\partial x}{\partial t}$$

$$\ddot{x} = \frac{\partial^2 x}{\partial t^2}$$

\underline{B} - matriz de transformações entre deformações e deslocamentos.

ÍNDICE

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO</u>	1
I.1 - Considerações Gerais.....	1
I.2 - Tipos de Barragens-Casca.....	4
I.3 - Conclusões.....	11
<u>CAPÍTULO II - MÉTODOS DE CÁLCULO</u>	12
II.1 - Considerações Gerais.....	12
II.2 - Método das Diferenças Finitas.....	14
II.3 - Método dos Elementos Finitos.....	26
II.4 - Método dos Modelos Experimentais.....	29
II.5 - Conclusões.....	34
<u>CAPÍTULO III - SOLICITAÇÕES</u>	37
III.1 - Considerações Gerais.....	37
III.2 - Forças de Massa.....	38
III.3 - Forças de Superfície.....	43
III.4 - Deformações Impostas.....	45
III.5 - Conclusões.....	56

	<u>Pág.</u>
<u>CAPÍTULO IV - CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS.....</u>	57
IV.1 - Considerações Gerais.....	57
IV.2 - O Elemento Utilizado.....	59
IV.3 - Consideração do Efeito da Fundação.....	63
IV.4 - O Programa Utilizado.....	67
IV.5 - Hipóteses de Cálculo.....	68
IV.6 - Conclusões.....	71
 <u>CAPÍTULO V - RESULTADOS NUMÉRICOS.....</u>	 74
V.1 - Considerações Gerais.....	74
V.2 - Gráficos.....	75
V.3 - Interpretações.....	96
 <u>CAPÍTULO VI - CONCLUSÕES.....</u>	 99
 <u>BIBLIOGRAFIA.....</u>	 101
 <u>ANEXO I.....</u>	 106

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

I.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

O presente capítulo procura abordar a importância da consideração do efeito dos vertedouros no projeto estrutural das barragens e, em particular, das barragens-cascas.

Os vertedouros são em geral os mecanismos previstos para garantir a segurança da barragem e suas instalações auxiliares, para a hipótese eventual de uma cheia anormal que poderia provocar danos de grande monta à estrutura da barragem.

Em geral o projeto dos vertedouros está sempre ligado às soluções mais econômicas e consistentes com a boa prática da engenharia. O acréscimo de custo provocado pela sua construção é de tal ordem que em 1973 o Comitê de Avaliação e Adequação de Vertedouros da Divisão de Hidráulica da Sociedade Americana de Engenharia Civil - A.S.C.E. - propôs quatro níveis de projeto, que são considerados a seguir conforme a importância dada à segurança:¹:

- I - A capacidade do vertedouro deve ser suficiente para assegurar que a barragem não seja totalmente encoberta pela máxima lâmina d'água estimada.

- II - A barragem poderá eventualmente, ser encoberta sem entretanto ocorrer ruptura e, na medida do possível, sem sofrer danos mais sérios.
- III - Os danos à estrutura devem ocorrer ao menos gradualmente e a tempo de permitir que sejam tomadas medidas de segurança.
- IV - A altura da barragem e o nível do armazenamento d'água são desprezíveis e não provocam danos a jusante.

Estas quatro condições balizam o projeto de vertedouros. Para o caso de barragens-cascas, o próprio conjunto de condições geológicas que levam à sua escolha, vales estreitos e profundos, conduzem a eliminação da última hipótese IV e a quase total impossibilidade de se considerar as hipóteses II e III.

O projeto de um sistema de vertedouros é exclusivo de cada barragem. Ele depende da localização da barragem e das suas instalações auxiliares; da probabilidade de erosão da face a jusante; da capacidade de lidar com as inundações previstas; e de considerações econômicas. Para tanto são necessários os dados hidrológicos, meteorológicos, topográficos e geográficos, do tipo de barragens e dos custos de sua construção.

Os tipos mais comuns de vertedouros em barragem em arco são: canal aberto, túnel, orifício e soleira delgada.

A influência dos vertedouros no comportamento estrutural deste tipo de barragens é extremamente importante. Em geral eles são construídos em grupos e ocupam posições diversas: alguns são construídos no topo (caso da barragem Mossy-rock), outros no fundo e dispostos simetricamente (caso de Cabo-ra-Bassa), ou como estruturas anexas laterais, aproveitando a existência de condições em maciços rochosos (barragem de Cachi) [2].

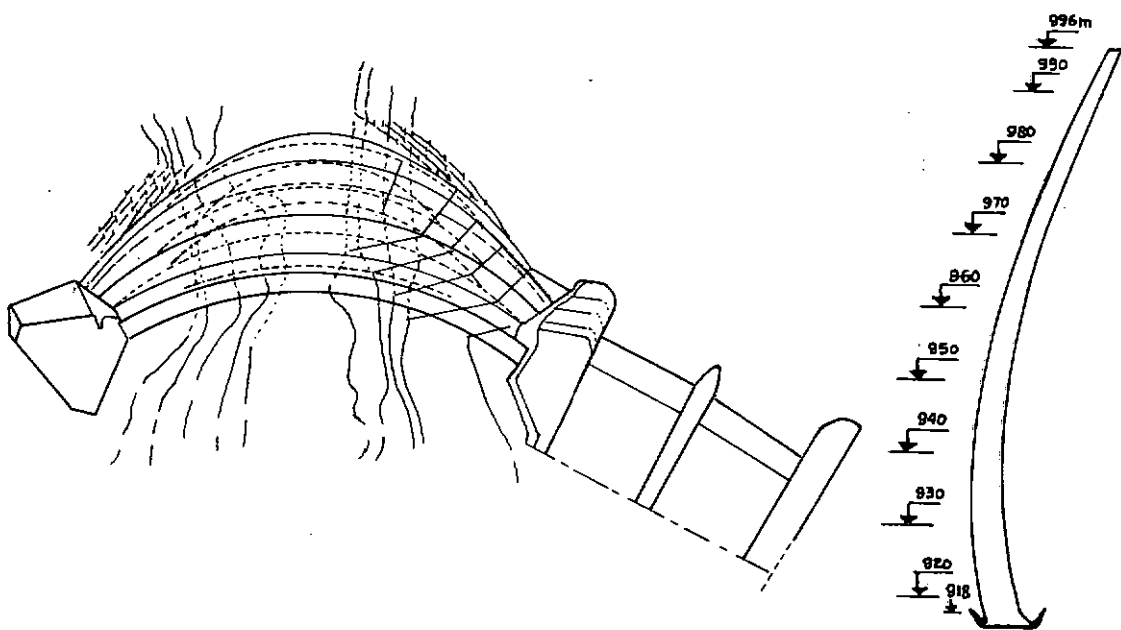


Fig. I.1 - Esquema da Barragem de Cachi

A maior parte da literatura mostra que o efeito mais visível da existência dos vertedouros é o de diminuição da capacidade de redistribuição das tensões nas abóbadas [3, 4, 5].

O objetivo do presente trabalho é o de analisar através do método dos elementos finitos o comportamento de barragens-casca quando considerada a existência dos vertedouros.

Embora a utilização de barragens-casca não seja frequente no Brasil, onde só pode ser anotada a existência da barragem de Funil, o presente trabalho assume uma certa importância na medida em que já se iniciaram os estudos para a construção da barragem de Xingô, no Vale do São Francisco e que seguirá basicamente a experiência adquirida, no que se refere a vertedouro, em Cabora-Bassa.

I.2 - TIPOS DE BARRAGENS-CASCA

A análise da distribuição de tensão em barragens-casca fica extraordinariamente facilitada pelo uso de padrões definidos que servem como elementos comparativos dos resultados obtidos. Tais padrões tornam-se importantes com o crescimento do número de barragens em funcionamento, que em meados da década de 70 chegava a mais de 500.

Um grupo de pesquisas iniciado na Inglaterra em 1958, com o apoio do "Institution of Civil Engineers" - ICE", após 12 anos de levantamentos de dados a respeito das barragens-casca existentes chegou a cinco tipos-padrão de características geométricas definidas e que, de forma geral, representam todas as barragens existentes.

O tipo I (Fig.I.2) é representado por um cilindro circular de espessura constante e faces verticais. Além de ser um tipo muito corrente, é o mais fácil de ser utilizado para a análise por modelos experimentais ou por métodos analíticos e numéricos.

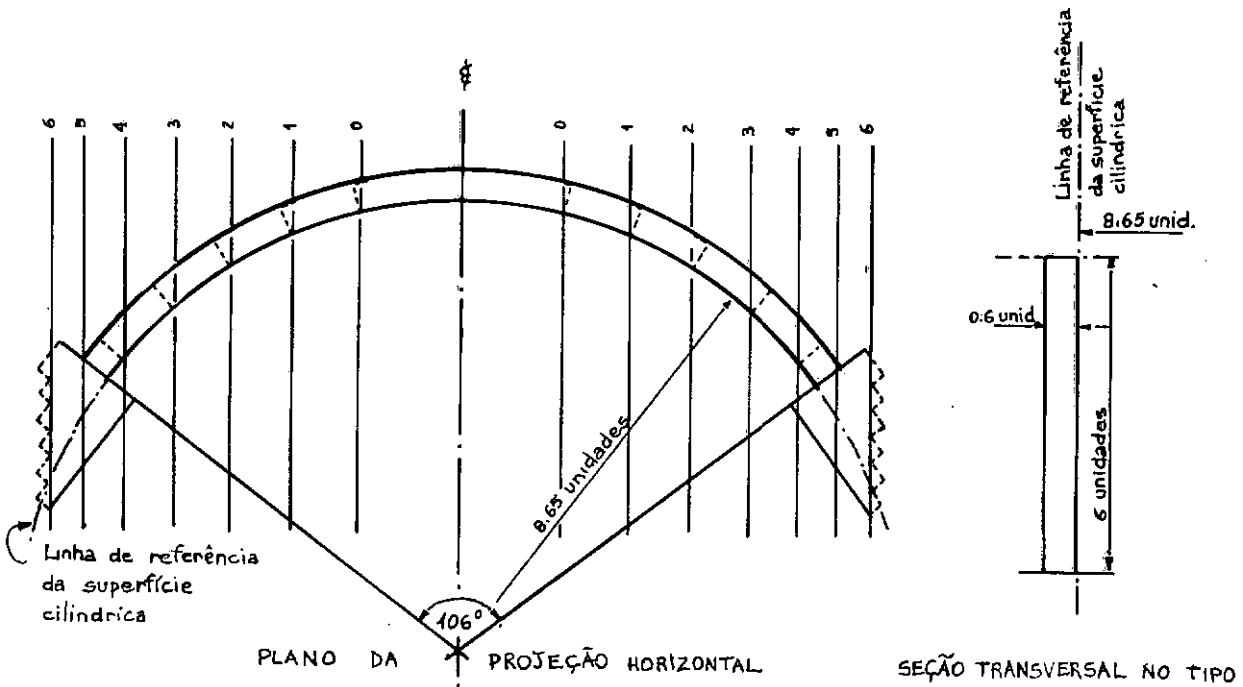


Fig.I.2 - Barragem tipo 1

A barragem tipo II tem a espessura quase constante (Fig. I.3) e está associada a uma barragem projetada por Coyne (Kariba) em meados da década de 40.

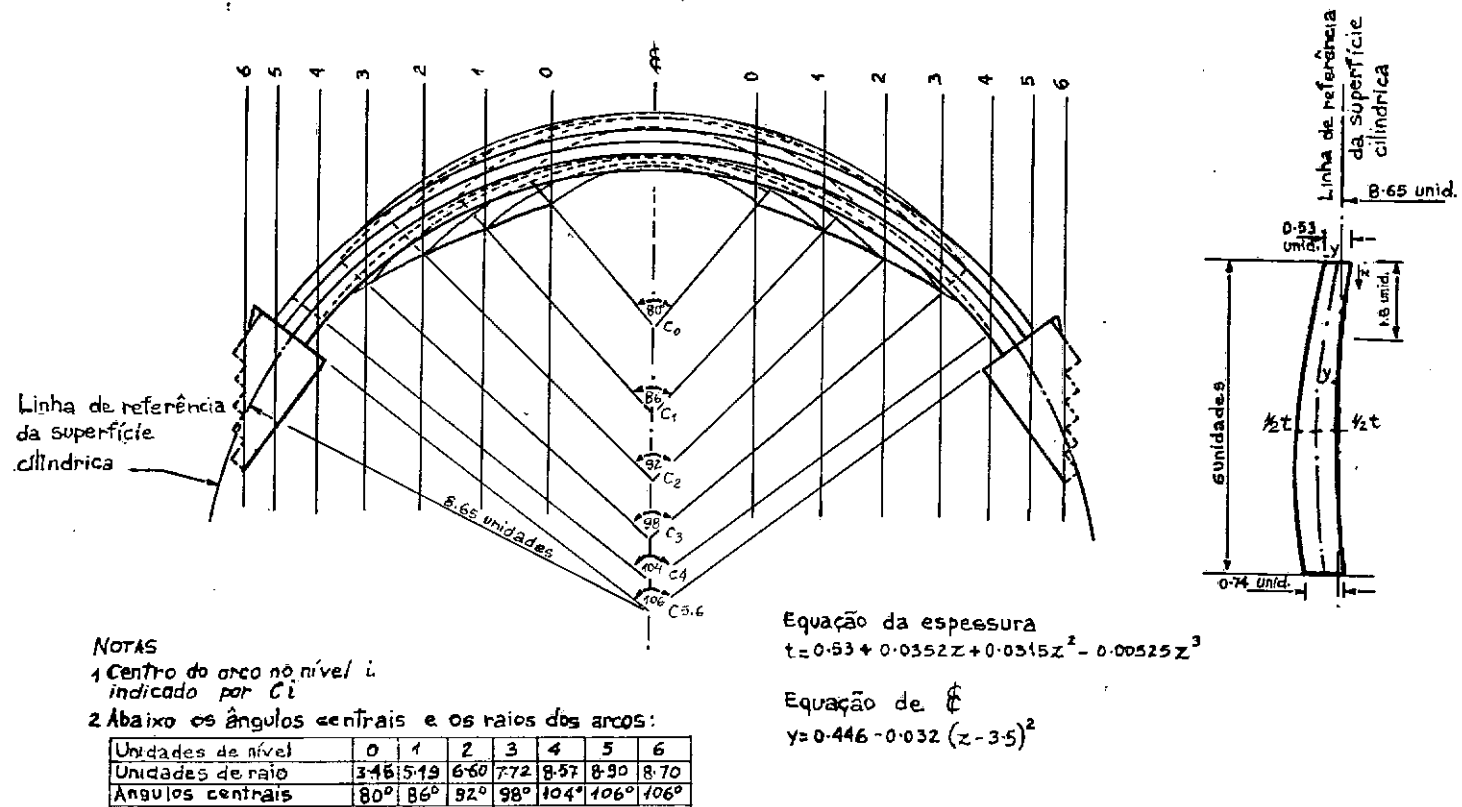


Fig. I.3 - Barragem tipo II

A barragem tipo III é caracterizada por um perfil trapezoidal (Fig. I.4) com a face vertical (a montante) de raio constante. Passou a ser considerada como padrão a partir do grande número de resultados obtidos em estágios iniciais da investigação em barragem.

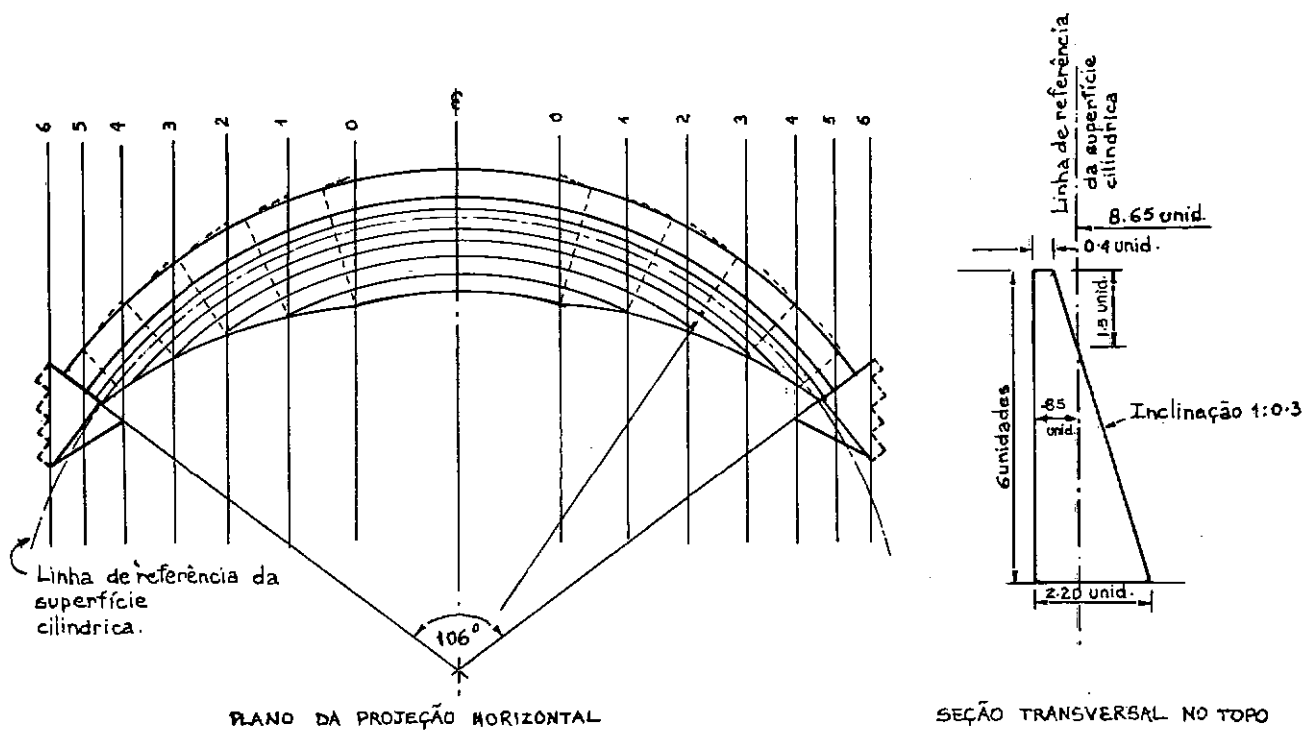
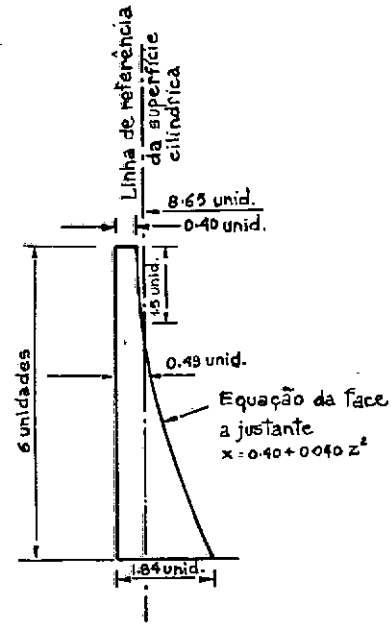
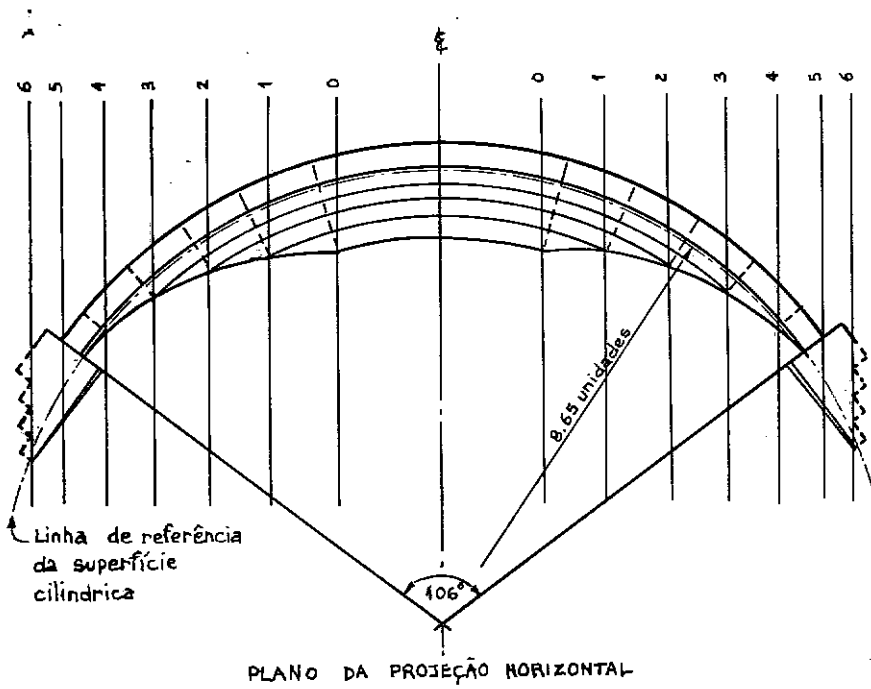


Fig. I.4 - Barragem tipo III

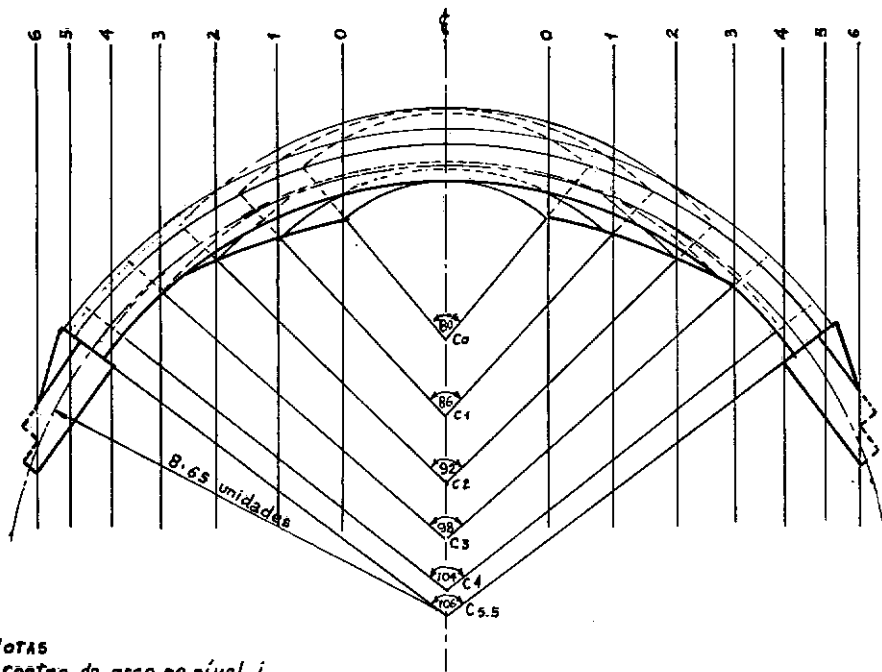
A barragem tipo IV (Fig.I.5) representa uma evolução do tipo III, diferenciando-se desta pela existência de dois raios de curvatura na face a jusante.



SEÇÃO TRANSVERSAL NO TOPO

Fig. I.5 - Barragem tipo IV

Finalmente, a barragem tipo V (Fig.I.6) que tem dois raios de curvatura, baseou-se na barragem do Cabril, em Portugal.



NOTAS

1 Centro do arco no nível i indicado por C_i

2 Abaixo os ângulos centrais e os raios dos arcos:

Unidades de nível	0	1	2	3	4	5	6
Unidades de raio	8.67	5.29	6.64	7.72	8.54	8.80	8.50
Ângulos centrais	80°	86°	92°	98°	104°	106°	106°

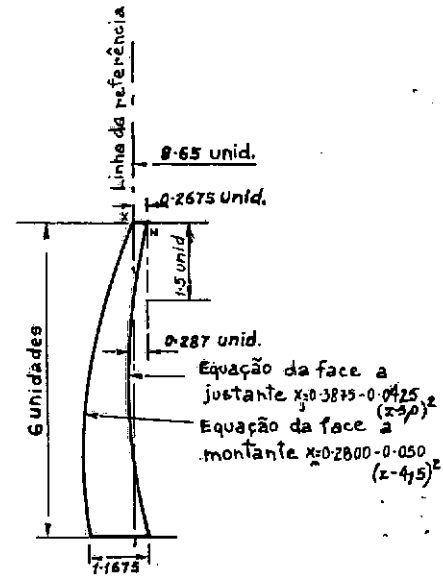


Fig. I.6 - Barragem tipo V

A consideração da fundação (vale) é fundamental e a decisão da Comissão do ICE foi a de adotar um vale simétrico (Fig. I.7) com características elásticas definidas na Tabela 1.

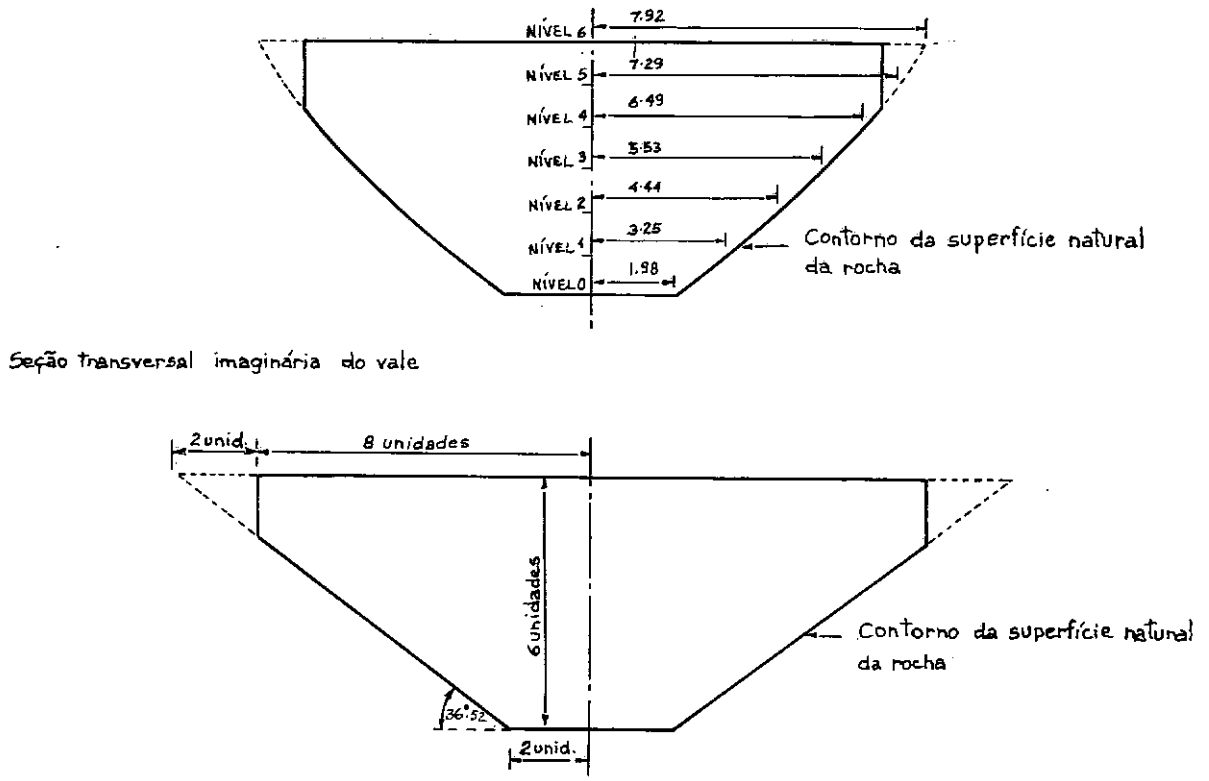


Fig. I.7 - Seção do vale idealizado e desenvolvimento da superfície cilíndrica

TABELA 1 - Propriedades do concreto e da rocha

PROPRIEDADES	CONCRETO	ROCHA
Coeficiente de expansão térmica ($/^{\circ}\text{C}$)	9×10^{-6}	9×10^{-6}
Densidade (kg/m^3)	2400	2400
Módulo de elasticidade (kgf/cm^2)	$0,20 \times 10^6$	$0,20 \times 10^6$ $0,05 \times 10^6$ ou $0,02 \times 10^6$
Coeficiente de Poisson ν	0,15	0,15

1.3 - CONCLUSÕES

No capítulo I foram discutidas as importâncias dos vertedouros no projeto estrutural e os vários tipos de barragem-casca a serem considerados para a obtenção dos resultados numéricos.

Tendo em vista as limitações do presente trabalho procurar-se-á analisar apenas o comportamento de barragens do tipo I em vales rígidos e elásticos, com ou sem vertedouros e avaliar a influência destes na distribuição de tensões na casca.

No capítulo II serão discutidos os métodos de cálculo de barragens-casca, reservando-se ao capítulo III o estudo das solicitações atuantes. O capítulo IV detalhará o cálculo elástico linear utilizando o método dos elementos finitos, e os dois últimos destinar-se-ão à análise dos resultados numéricos e às conclusões.

CAPÍTULO II

MÉTODOS DE CÁLCULO

II.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Em agosto de 1964 realizou-se na Universidade de Swansea, no País de Gales, um seminário tratando da Análise Estrutural de Barragens-Casca, com o objetivo de, fundamentalmente, discutir os métodos de cálculo de barragens frente ao desenvolvimento das técnicas computacionais, em engenharia, aquela época ainda recente.

Os métodos tradicionalmente utilizados no projeto foram, a partir daí, sensivelmente modificados e refinados. O mais tradicional deles, o método de "trial-load" aperfeiçoou-se deixando de ser apenas uma busca à equação de compatibilidade para se transformar na análise de uma estrutura de grelha.

A consideração dos modelos bidimensionais da teoria das cascas tornou-se possível e as suas equações foram aplicadas a malhas em coordenadas curvilíneas ortogonais, no sentido de obter-se as equações em diferenças finitas das cascas.

Muitas soluções das equações diferenciais das cascas apareceram e alguns métodos passaram a se fundamentar nestas soluções, principalmente nos casos mais simples.

O método dos elementos finitos começou também a ser utilizado com sucesso, a partir dos elementos mais simples até os isoparamétricos largamente requisitados na atualidade. O primeiro elemento bem sucedido foi o plano triangular com três graus de liberdade por nó para caracterizar o efeito de flexão e dois outros graus de liberdade que caracterizavam o efeito de membrana. A impossibilidade de acoplamento neste caso dos efeitos de membrana e flexão levou a utilização dos primeiros elementos com dupla curvatura e aos estudos tri-dimensionais.

Indiscutivelmente o método dos elementos finitos veio a substituir com grandes vantagens os demais métodos numéricos, ainda mais depois que apareceram as linguagens e programas orientadas como o ICA-STRU DL e, a menos tempo, o LORANE.

Entretanto, a possibilidade de utilizar os pequenos computadores e a própria elevação de custo do projeto fez com que métodos como o "trial load" continuassem a ter grande emprego, até os dias atuais. Diversas modificações foram introduzidas. Serafim (6) apresentou um método de compatibilização de arcos e consolas utilizando equações da teoria das hastes curvas. Absi (7) aplicou o método das equivalências ao cálculo de cascas em geral. Embora não tivesse abordado o projeto de barragens chegou a excelentes resultados que permitiriam adaptações proveitosas do método.

O método experimental também sofreu com a evolução dos métodos numéricos. Entretanto rapidamente voltou a ocupar po

sição de destaque sob uma nova ótica: fornecer resultados comparativos com os métodos numéricos e estudar casos especiais no projeto de barragens como, por exemplo o dos vertedouros.

No presente capítulo procurar-se-á analisar cada um dos métodos de cálculo normalmente utilizados no projeto estrutural:

- Método das Diferenças Finitas
- Método dos Elementos Finitos
- Método dos Modelos Experimentais

II.2 - MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

O problema fundamental da teoria das cascas delgadas é resolver o sistema de equações diferenciais, obtidas a partir das hipóteses de Kirchhoff, considerando-se um sistema de coordenadas curvilíneas ortogonais (ξ, η) .

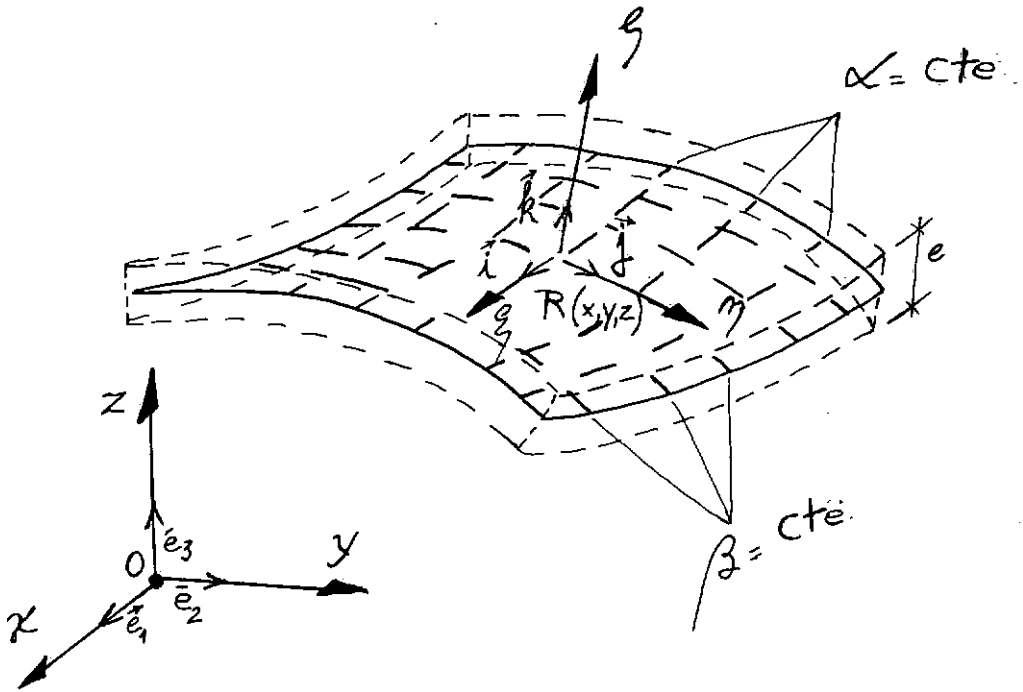


Fig. II.1 - Sistema de coordenadas curvilineas

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial T_{\xi\eta}}{\partial \eta} + \frac{N_{\eta} - N_{\xi}}{R_{\xi}^{\alpha}} - \frac{T_{\xi\eta} + T_{\eta\xi}}{R_{\eta}^{\alpha}} + \frac{1}{R_{\xi}^{\alpha}} \left(\frac{\partial M_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{\xi\eta}}{\partial \eta} - \frac{M_{\xi\eta} + M_{\eta\xi}}{R_{\eta}^{\alpha}} + \right. \\ \left. + \frac{M_{\eta} - M_{\xi}}{R_{\xi}^{\beta}} \right) - \frac{1}{R^{\alpha\beta}} \left(\frac{\partial M_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial M_{\xi\eta}}{\partial \xi} - \frac{M_{\eta\xi} + M_{\xi\eta}}{R_{\xi}^{\beta}} + \frac{M_{\xi} - M_{\eta}}{R_{\eta}^{\alpha}} \right) + p_{\xi} \equiv 0 \quad (II.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial T_{\eta\xi}}{\partial \xi} + \frac{N_{\xi} - N_{\eta}}{R_{\eta}^{\alpha}} - \frac{T_{\eta\xi} + T_{\xi\eta}}{R_{\xi}^{\beta}} + \frac{1}{R_{\eta}^{\beta}} \left(\frac{\partial M_{\eta}}{\partial \eta} + \frac{\partial M_{\eta\xi}}{\partial \xi} - \frac{M_{\eta\xi} + M_{\xi\eta}}{R_{\xi}^{\beta}} + \frac{M_{\xi} - M_{\eta}}{R_{\eta}^{\alpha}} \right) + \\ + \frac{M_{\xi} - M_{\eta}}{R_{\eta}^{\alpha}} - \frac{1}{R^{\alpha\beta}} \left(\frac{\partial M_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{\eta\xi}}{\partial \eta} - \frac{M_{\xi\eta} + M_{\eta\xi}}{R_{\eta}^{\alpha}} + \frac{M_{\eta} - M_{\xi}}{R_{\xi}^{\beta}} \right) + p_{\eta} \equiv 0 \end{aligned}$$

$$\frac{N_{\xi}}{R_{\xi}^{\alpha}} + \frac{N_{\eta}}{R_{\eta}^{\beta}} - \frac{T_{\xi\eta} + T_{\eta\xi}}{R^{\alpha\beta}} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{\partial M_{\xi}}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{\eta\xi}}{\partial \eta} - \frac{M_{\xi\eta} + M_{\eta\xi}}{R_{\eta}^{\alpha}} + \frac{M_{\eta} - M_{\xi}}{R_{\xi}^{\beta}} \right) -$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\partial M_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial M_{\xi\eta}}{\partial \xi} - \frac{M_{\eta\xi} + M_{\xi\eta}}{R_\xi^\beta} + \frac{M_\xi - M_\eta}{R_\eta^\alpha} \right) + \frac{1}{R_\xi^\beta} \left(\frac{\partial M_\xi}{\partial \xi} + \frac{\partial M_{\eta\xi}}{\partial \eta} - \right. \\
& \left. - \frac{M_{\xi\eta} + M_{\eta\xi}}{R_\eta^\alpha} + \frac{M_\eta - M_\xi}{R_\xi^\beta} \right) + \frac{1}{R_\eta^\alpha} \left(\frac{\partial M_\eta}{\partial \eta} + \frac{\partial M_{\xi\eta}}{\partial \xi} - \frac{M_{\eta\xi} + M_{\xi\eta}}{R_\xi^\beta} + \frac{M_\xi - M_\eta}{R_\eta^\alpha} \right) + \\
& + P_\zeta = 0
\end{aligned}$$

onde,

$$N_\xi = \int_{-e/2}^{+e/2} \sigma_\xi \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\beta} \right) \partial \zeta \quad (II.2)$$

$$M_\xi = \int_{-e/2}^{+e/2} \sigma_\xi \zeta \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\beta} \right) \partial \zeta$$

$$T_{\xi\eta} = \int_{-e/2}^{+e/2} \tau_{\xi\eta} \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\beta} \right) \partial \zeta$$

$$Q_\xi = \int_{-e/2}^{+e/2} \tau_{\xi\zeta} \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\beta} \right) \partial \zeta$$

$$M_{\xi\eta} = \int_{-e/2}^{+e/2} \tau_{\xi\eta} \zeta \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\beta} \right) \partial \zeta$$

$$N_\eta = \int_{-e/2}^{+e/2} \sigma_\eta \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\alpha} \right) \partial \zeta$$

$$M_\eta = \int_{-e/2}^{+e/2} \sigma_\eta \zeta \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\alpha} \right) \partial \zeta$$

$$T_{\eta\xi} = \int_{-e/2}^{+e/2} \tau_{\eta\xi} \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\alpha}\right) \partial\zeta$$

$$Q_\eta = \int_{-e/2}^{+e/2} \tau_{\eta\xi} \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\alpha}\right) \partial\zeta$$

$$M_{\eta\xi} = \int_{-e/2}^{+e/2} \tau_{\eta\xi} \zeta \left(1 + \frac{\zeta}{R_\zeta^\alpha}\right) \partial\zeta$$

acompanhadas das condições de contorno:

- Bordo engastado

$$u_0 = v_0 = \omega_0 = \left(\frac{\partial\omega}{\partial\eta}\right)_0 = 0,$$

supondo-se $\alpha^0 = \text{cte}$ a paramétrica que define a linha de engastamento. Resultando, evidentemente, em

$$N_\xi^0 = T_{\xi\eta}^0 = M_{\xi\eta}^0 = Q_\xi^0 = 0.$$

- Bordo apoiado

$$u_0 = v_0 = \omega_0 = 0$$

supondo-se α^0 a linha que define o bordo apoiado.

- Bordo livre

Seus deslocamentos são livres, porém os esforços normais internos ao bordo devem ser nulos.

$$M_{\eta}^0 = N_{\eta}^0 = T_{\xi\eta}^0 = 0.$$

A aplicação das diferenças finitas a teoria das cascas exige a introdução de malhas em coordenadas curvilíneas.

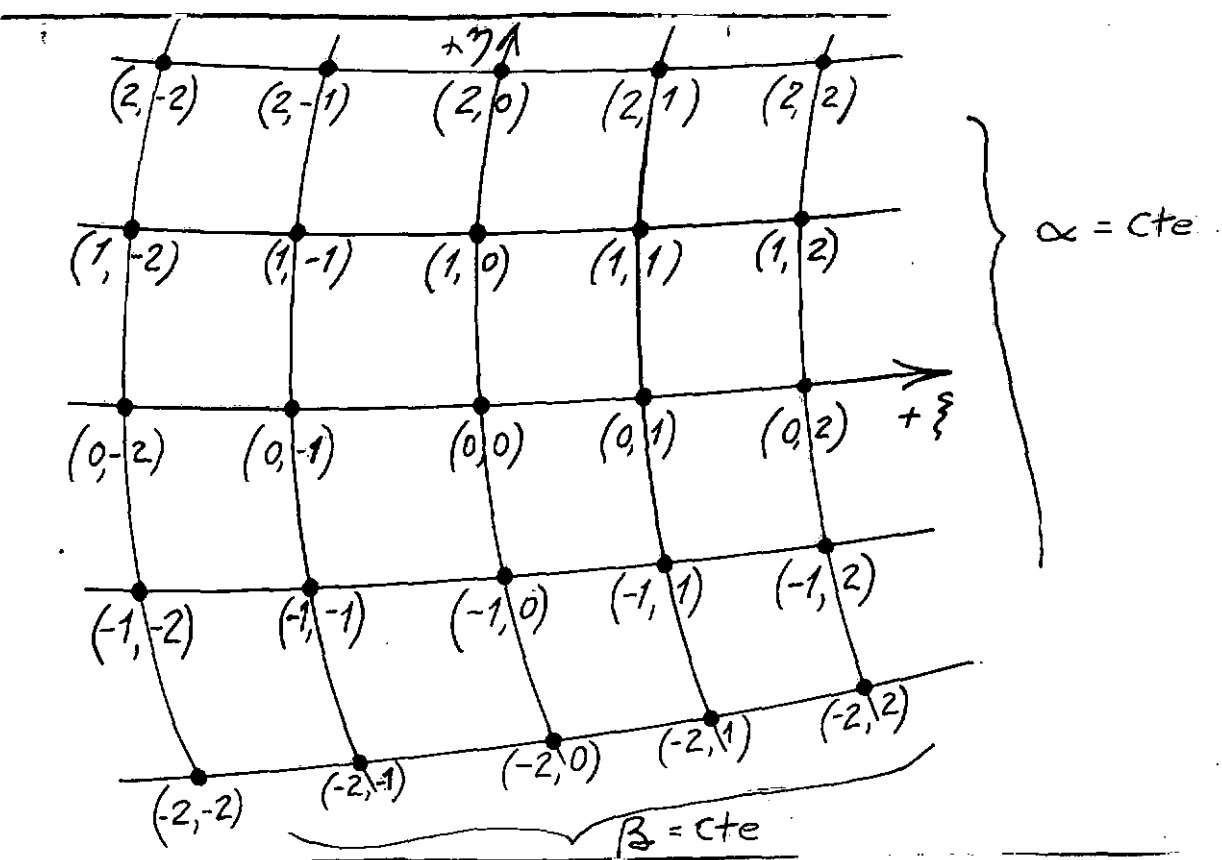


Fig. II.2 - Malha em coordenada curvilínea

Se $F(0, 1)$ é o valor da função F no ponto $(0, 1)$ e $F(0, -1)$ no ponto $(0, -1)$ situados sobre $\alpha = \text{cte}$, respectivamente à frente e atrás do ponto $(0, 0)$, mas suficientemente próximos, pode-se escrever que

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \xi}\right)_{00} = \frac{F(0, 1) - F(0, -1)}{\xi_1^0 - \xi_{-1}^0} \quad (\text{II.3})$$

Analogamente, para os pontos $(1, 0)$, $(-1, 0)$, respectivamente à frente e atrás do ponto $(0, 0)$, suficientemente próximos, sendo F a função que define seus valores, chega-se a:

$$\left(\frac{\partial F}{\partial \eta}\right)_{00} = \frac{F(1, 0) - F(-1, 0)}{\eta_1^0 - \eta_{-1}^0} \quad (\text{II.4})$$

As expressões anteriores foram obtidas desprezando-se no polinômio de interpolação de Newton os termos de diferenças finitas de ordem igual ou superior a 2.

As derivadas de 2.^a ordem são obtidas de maneira análoga:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}\right)_0 &= \frac{F(0, 2) - F(0, 0)}{(\xi_2^0 - \xi_0^0)(\xi_1^0 - \xi_{-1}^0)} - \frac{F(0, 0) - F(0, -2)}{(\xi_0^0 - \xi_{-2}^0)(\xi_1^0 - \xi_{-1}^0)} \\ \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \xi \partial \eta}\right)_0 &= \frac{F(1, 1) - F(1, -1)}{(\xi_1^1 - \xi_{-1}^1)(\eta_1^0 - \eta_{-1}^0)} - \frac{F(-1, 1) - F(-1, -1)}{(\xi_{-1}^1 - \xi_{-1}^1)(\eta_1^0 - \eta_{-1}^0)} \\ \left(\frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2}\right)_0 &= \frac{F(2, 0) - F(0, 0)}{(\eta_2^0 - \eta_0^0)(\eta_1^0 - \eta_{-1}^0)} - \frac{F(0, 0) - F(-2, 0)}{(\eta_0^0 - \eta_{-2}^0)(\eta_1^0 - \eta_{-1}^0)} \end{aligned} \quad (\text{II.5})$$

sendo,

- $F(0,2)$ e $F(0,-2)$ os valores de F nos pontos $(0,2)$ e $(0,-2)$ sobre $\alpha_0 = \text{cte.}$
- $F(2,0)$ e $F(-2,0)$ os valores de F nos pontos $(2,0)$ e $(-2,0)$ sobre $\beta_0 = \text{cte.}$
- $F(1,1)$ os valores de F no ponto de cruzamento $\alpha_1 = \text{cte}$ e $\beta_1 = \text{cte.}$

conforme a figura 9.

Os valores das abscissas curvilíneas $(\xi; \eta)$ podem ser obtidos considerando que a distância entre dois pontos da rede discreta de pontos da malha $\alpha = \text{cte}$ e $\beta = \text{cte}$ escolhida é igual à distância em linha reta entre os dois pontos. Assim, para $x(0,0)$, $y(0,0)$ e $z(0,0)$, coordenadas de um ponto $(0,0)$ da rede de paramétricas, e $x(0,1)$, $y(0,1)$ e $z(0,1)$, coordenadas do ponto $(0,1)$ situado sobre $\alpha_0 = \text{cte}$ e imediatamente a seguir o ponto $(0,0)$, ter-se-á:

$$(\xi_1^0 - \xi_0^0) = \sqrt{|x(0,1) - x(0,0)|^2 + |y(0,1) - y(0,0)|^2 + |z(0,1) - z(0,0)|^2} \quad (\text{II.6})$$

Da mesma forma, para o ponto $(1,0)$, situado sobre $\beta_0 = \text{cte}$, imediatamente a seguir ao ponto $(0,0)$ pode-se escrever

$$(\eta_1^0 - \eta_{-1}^0) \cong \sqrt{|x(1,0) - x(0,0)|^2 + |y(1,0) - y(0,0)|^2 + |z(1,0) - z(0,0)|^2}, \quad (\text{II.7})$$

onde $x(1,0)$, $y(1,0)$ e $z(1,0)$ são as coordenadas do ponto $(1,0)$.

Fica assim definido o valor das distâncias necessárias ao cálculo das derivadas por diferenças finitas.

As expressões de esforços em termos de deslocamentos servem como base para o estabelecimento de equações gerais das componentes dos deslocamentos U , V e W .

$$N_\xi = K_a \left| \frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{v}{R_\eta^\alpha} + \frac{w}{R_\zeta^\alpha} + v \left(\frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{u}{R_\xi^\beta} - \frac{w}{R_\zeta^\beta} \right) \right|$$

$$N_\eta = K_a \left| \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{u}{R_\xi^\beta} - \frac{w}{R_\zeta^\beta} + v \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} - \frac{v}{R_\eta^\alpha} - \frac{w}{R_\zeta^\alpha} \right) \right|$$

$$T_{\xi\eta} = T_{\eta\xi} = K_d \left(\frac{\partial u}{\partial \eta} + \frac{\partial v}{\partial \xi} + \frac{u}{R_\eta^\alpha} + \frac{v}{R_\xi^\beta} + 2 \frac{w}{R^{\alpha\beta}} \right) \quad (\text{II.8})$$

$$\begin{aligned} M_\xi = K_f \{ & \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{1}{R_\eta^\alpha} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{u}{R_\zeta^\alpha} \right) + \frac{u}{R^{\alpha\beta} R_\eta^\alpha} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v}{R^{\alpha\beta}} \right) - \\ & - \frac{u}{R_\zeta^\beta R_\eta^\alpha} - v \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - \frac{1}{R_\xi^\beta} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v}{R_\zeta^\beta} \right) + \frac{v}{R^{\alpha\beta} R_\zeta^\beta} - \right. \\ & \left. - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u}{R^{\alpha\beta}} \right) - \frac{u}{R_\zeta^\alpha R_\xi^\beta} \right] \} \end{aligned}$$

$$M_{\eta} = K_f \left\{ \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - \frac{1}{R_{\xi}^{\beta}} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v}{R_{\xi}^{\beta}} \right) + \frac{v}{R_{\alpha\beta}^{\alpha} R_{\xi}^{\beta}} - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u}{R_{\alpha\beta}^{\alpha}} \right) - \frac{u}{R_{\xi}^{\alpha} R_{\xi}^{\beta}} + \right.$$

$$\left. + v \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} - \frac{1}{R_{\eta}^{\alpha}} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{u}{R_{\xi}^{\alpha}} \right) + \frac{u}{R_{\alpha\beta}^{\alpha} R_{\eta}^{\alpha}} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v}{R_{\alpha\beta}^{\alpha}} \right) - \frac{v}{R_{\xi}^{\alpha} R_{\eta}^{\alpha}} \right] \right\}$$

$$M_{\xi\eta} = M_{\eta\xi} = K_t \left[\frac{\partial^2 w}{\partial \eta \partial \xi} + \frac{1}{R_{\eta}^{\alpha}} \frac{\partial w}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{v}{R_{\xi}^{\beta}} \right) + \frac{u}{R_{\xi}^{\alpha} R_{\eta}^{\alpha}} - \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{u}{R_{\alpha\beta}^{\alpha}} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{v}{R_{\alpha\beta}^{\alpha} R_{\eta}^{\alpha}} + \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} + \frac{1}{R_{\xi}^{\beta}} \frac{\partial w}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{u}{R_{\xi}^{\alpha}} \right) + \frac{v}{R_{\xi}^{\beta} R_{\xi}^{\beta}} - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{v}{R_{\alpha\beta}^{\alpha}} \right) - \frac{u}{R_{\alpha\beta}^{\alpha} R_{\xi}^{\beta}} \right]$$

onde

$$K_a = \frac{E \cdot e}{1 - \nu^2}$$

$$K_d = \frac{E \cdot e}{2(1 + \nu)}$$

$$K_f = \frac{E \cdot e^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$$K_t = \frac{E \cdot e^3}{24(1 + \nu)}$$

são os módulos de rigidez elástica das peças laminares.

Assim,

$$\begin{vmatrix} N_{\xi}^o \\ N_{\eta}^o \\ \vdots \\ Q_{\eta}^o \end{vmatrix} = |M| \begin{vmatrix} U^o \\ V^o \\ W^o \\ \vdots \\ U^{\ell} \\ V^{\ell} \\ W^{\ell} \end{vmatrix} \quad (II.9)$$

ou finalmente,

$$\begin{vmatrix} U^o \\ \vdots \\ W^e \end{vmatrix} = M^{-1} \begin{vmatrix} N_{\xi}^o \\ \vdots \\ Q_{\eta}^o \end{vmatrix} \quad (II.10)$$

sendo:

M - matriz retangular $8 \times \ell$

ℓ - limite da malha

Por sua vez as equações de equilíbrio podem ser também descritas em termos de diferenças finitas:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{\xi_1^o - \xi_{-1}^o} - \frac{1}{2R_{\xi}^{\beta}} \right) N_{\xi}(0,1) + \left(\frac{1}{\xi_1^o - \xi_{-1}^o} + \frac{1}{2R_{\xi}^{\beta}} \right) N_{\xi}(0,-1) + \frac{1}{2R_{\xi}^{\beta}} N_{\eta}(1,0) + \\ & + \frac{1}{2R_{\xi}^{\beta}} N_{\eta}(-1,0) - \frac{1}{2R_{\eta}^{\alpha}} T_{\xi\eta}(0,1) - \frac{1}{2R_{\eta}^{\alpha}} T_{\xi\eta}(0,-1) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left(\frac{1}{\eta_1^0 - \eta_{-1}^0} - \frac{1}{2R_\eta^\alpha} \right) T_{\eta\xi}(1,0) - \left(\frac{1}{\eta_1^0 - \eta_{-1}^0} + \frac{1}{2R_\eta^\alpha} \right) T_{\eta\xi}(-1,0) + \\
& + \frac{1}{R_\zeta^\alpha} Q_\xi(0,0) - \frac{1}{R^{\alpha\beta}} Q_\eta(0,0) + p_\xi = 0 \\
& \frac{1}{2R_\eta^\alpha} N_\xi(0,1) + \frac{1}{2R_\eta^\alpha} N_\xi(0,-1) + \left(\frac{1}{\eta_1^0 - \eta_{-1}^0} - \frac{1}{2R_\eta^\alpha} \right) N_\eta(1,0) - \\
& - \left(\frac{1}{\eta_1^0 - \eta_{-1}^0} + \frac{1}{2R_\eta^\alpha} \right) N_\eta(-1,0) + \left(\frac{1}{\xi_1^0 - \xi_{-1}^0} - \frac{1}{2R_\xi^\alpha} \right) T_{\xi\eta}(0,1) - \quad (II.11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left(\frac{1}{\xi_1^0 - \xi_{-1}^0} + \frac{1}{2R_\xi^\beta} \right) T_{\xi\eta}(0,-1) - \frac{1}{2R_\xi^\beta} T_{\eta\xi}(1,0) - \frac{1}{2R_\xi^\beta} T_{\eta\xi}(-1,0) - \\
& - \frac{1}{R^{\alpha\beta}} Q_\xi(0,0) + \frac{1}{R_\zeta^\beta} Q_\eta(0,0) + p_\eta = 0 .
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{2R_\zeta^\alpha} N_\xi(0,1) + \frac{1}{2R_\zeta^\alpha} N_\xi(0,-1) + \frac{1}{2R_\zeta^\beta} N_\eta(1,0) + \frac{1}{2R_\zeta^\beta} N_\eta(-1,0) - \\
& - \frac{1}{2R^{\alpha\beta}} T_{\xi\eta}(0,1) - \frac{1}{2R^{\alpha\beta}} T_{\xi\eta}(0,-1) - \frac{1}{2R^{\alpha\beta}} T_{\eta\xi}(1,0) - \\
& - \frac{1}{2R^{\alpha\beta}} T_{\eta\xi}(-1,0) - \frac{1}{(\xi_2^0 - \xi_{-2}^0)} Q_\xi(0,2) + \frac{1}{(\xi_2^0 - \xi_{-2}^0)} Q_\xi(0,-2) - \\
& - \frac{1}{(\eta_2^0 - \eta_{-2}^0)} Q_\eta(2,0) + \frac{1}{(\eta_2^0 - \eta_{-2}^0)} Q_\eta(-2,0) + \frac{1}{R_\xi^\beta} Q_\xi(0,0) + \\
& + \frac{1}{R_\eta^\alpha} Q_\eta(0,0) + p_\zeta = 0 .
\end{aligned}$$

Os raios de curvatura e componentes de pressão poderão ser referidos aos centros das malhas, supostas em equilíbrio sob a ação dos esforços

$$N_{\xi}, N_{\eta}, \dots, Q_{\eta}$$

Substituindo-se nas equações (II.11), os esforços em termos das componentes U, V e W das Eqs.(II.9), obtém-se uma expressão do tipo.

$$|K| \begin{vmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ \vdots \\ W_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} p\xi_1 \\ p\eta_1 \\ p\zeta_1 \\ \vdots \\ p\zeta_n \end{vmatrix} \quad (II.12)$$

onde $|K|$ é uma matriz quadrada $3N \times 3N$ e cada linha representa uma equação de equilíbrio.

As equações (II.12) (II.9) (II.10) permitem a solução do problema de barragens-casca pela utilização de cálculo automático.

II.3 - MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos pode ser formulado de quatro formas distintas, que se diferenciam pelo princípio variacional utilizado e pelo tipo de comportamento assumido para cada elemento.

Apresentar-se-á a seguir apenas a formulação relativa ao modelo de compatibilidade, que dá origem ao método dos deslocamentos.

O modelo de compatibilidade utiliza as condições de estacionaridade da energia potencial total, partindo da interpolação dos deslocamentos, no interior e sobre as fronteiras dos elementos, em função dos seus valores nos pontos nodais, procurando-se fazer com que satisfaçam as condições de compatibilidade.

Seja U a energia potencial total de um corpo de volume V , submetido as forças de massa \underline{b} , e as forças de superfície \underline{p} . Da condição de estacionaridade teremos:

$$\delta U \equiv \int_V \delta \underline{\epsilon}^T \underline{d\epsilon} dV - \int_V (\delta \underline{\epsilon}^T \underline{E\epsilon}^0 + \delta \underline{u}^T \underline{b}) dV - \int_S \delta \underline{u}^T \underline{p} dS = 0 \quad (\text{II.13})$$

Considerando o corpo subdividido em elementos finitos, os deslocamentos para um ponto qualquer de um elemento i , serão:

$$\underline{u} = \underline{N} \underline{U}^i \quad (\text{II.14})$$

onde,

\underline{N} - matriz das funções de interpolação

\underline{U}^i - vetor de deslocamentos nodais do elemento i .

Para pequenas deformações, podemos escrever:

$$\underline{\epsilon} = \underline{L} \underline{u} \quad (\text{II.15})$$

onde, \underline{L} é um operador linear.

$$\underline{\epsilon} = \underline{L} \underline{N} \underline{U}^i \quad (\text{II.16})$$

$$\underline{\epsilon} = \underline{B} \underline{U}^i \quad (\text{II.17})$$

Substituindo-se (II.14), (II.17) em (II.13)

$$\begin{aligned} \delta U_i = & \int_{V_i} \delta \underline{U}^{i,T} \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \underline{U}^i dV - \int_{V_i} (\delta \underline{U}^{i,T} \underline{B}^T \underline{E} \underline{\epsilon}^0 + \\ & + \delta \underline{U}^{i,T} \underline{N}^T \underline{b}) dV - \int_S \delta \underline{U}^{i,T} \underline{N}^T \underline{P} dS = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.18})$$

como \underline{U}^i e $\delta \underline{U}^i$ não dependem da posição, ter-se-á que:

$$\delta U_i = \delta \underline{U}^{i,T} \left\{ \left(\int_{V_i} \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \, dV \right) \underline{U}^i - \int_{V_i} (\underline{B}^T \underline{E} \underline{\varepsilon}^0 + \underline{N}^T \underline{b}) \, dV - \int_S \underline{N}^T \underline{P} \, dS \right\} = 0 \quad (\text{II.19})$$

como $\delta \underline{U}^{i,T}$ é arbitrário, então:

$$\left(\int_{V_i} \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \, dV \right) \underline{U}^i - \int_{V_i} (\underline{B}^T \underline{E} \underline{\varepsilon}^0 + \underline{N}^T \underline{b}) \, dV - \int_S \underline{N}^T \underline{P} \, dS = 0. \quad (\text{II.20})$$

A expressão acima pode ser escrita sob a forma:

$$\underline{K}^i \underline{U}^i = \underline{P}^i \quad (\text{II.21})$$

onde, $\underline{K}^i = \int_{V_i} \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \, dV$ - matriz de rigidez do elemento i

$\underline{P}^i = \int_{V_i} (\underline{B}^T \underline{E} \underline{\varepsilon}^0 + \underline{N}^T \underline{b}) \, dV + \int_S \underline{N}^T \underline{P} \, dS$ - vetor de cargas nodais, para o elemento i

\underline{U}^i - vetor de incógnitas nodais, para o elemento i

A solução final, será

$$\delta U = \sum_{i=1}^n \delta U_i = 0 \quad (\text{II.22})$$

$$\sum_{i=1}^n (\underline{K}^i \underline{U}^i - \underline{P}^i) = 0 \quad (\text{II.23})$$

$$\sum_{i=1}^n \underline{K}^i \underline{U}^i = \sum_{i=1}^n \underline{P}^i \quad (\text{II.24})$$

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{P} \quad (II.25)$$

onde:

K - matriz de rigidez total

U - vetor de deslocamentos para todos os nós

P - vetor de cargas

Introduzidas as condições de contorno no sistema de equações (II.25) obteremos a solução do problema em termos de deslocamentos. O estado de tensões desenvolvido na estrutura será representado pela expressão

$$\underline{\sigma} = E(\underline{\epsilon} - \underline{\epsilon}^0) = E(\underline{B} \underline{U}^i - \underline{\epsilon}^0) \quad (II.26)$$

As equações (II.25) e (II.26), apresentam a solução completa para o estudo de barragens-casca.

II.4 - MÉTODO DOS MODELOS EXPERIMENTAIS

Uma barragem-casca é normalmente estudada em modelo reduzido, que reproduz em escala as condições do protótipo utilizando-se para isto da teoria da semelhança mecânica. Assim os estados de tensão e deformação podem ser obtidos em escala no modelo. O que se pretende medir são as deformações, ϵ_m , e os deslocamentos, δ_m , que se verificam em determinados pontos do modelo sob o efeito das solicitações nele reproduzidas. Se o material do modelo construído for homogêneo, isótropo e elástico, o

estado de tensões em qualquer um dos seus pontos dependerá da sollicitação nele atuante, F_m , do coeficiente de Poisson ν_m , e da geometria da peça caracterizada pela dimensão genérica, L_m , isto é,

$$|\sigma_m| = f(F_m, \nu_m, L_m^{-2}) \quad (\text{II.27})$$

supondo que o protótipo também possui as características de homogeneidade e isotropia elástica do modelo, obtem-se

$$|\sigma_p| = f(F_p, \nu_p, L_p^{-2}) \quad (\text{II.28})$$

sendo $\nu_m = \nu_p$ e o modelo geomêtricamente homotético do protótipo na escala $L_m/L_p = 1/\lambda$, tem-se que

$$\frac{|\sigma_m|}{|\sigma_p|} = \frac{F_p}{F_m} \frac{L_m^2}{L_p^2} = \frac{F_p}{F_m} \cdot \frac{1}{\lambda^2} \quad (\text{II.29})$$

Para um líquido de peso específico ρ exercendo so mente pressão estática, chega-se a

$$\frac{F_p}{F_m} = \frac{\lambda^3}{\rho}, \text{ donde} \quad (\text{II.30})$$

$$\frac{|\sigma_p|}{|\sigma_m|} = \frac{\lambda}{\rho}, \text{ logo} \quad (\text{II.31})$$

$$\frac{|\epsilon_p|}{|\epsilon_m|} = \frac{\lambda}{\rho} \frac{E_m}{E_p} \quad (\text{II.32})$$

onde E_m e E_p são respectivamente o módulo de elasticidade do material de construção do modelo e do protótipo.

Da mesma forma, acha-se que

$$\frac{|\delta_p|}{|\delta_m|} = \frac{\lambda^2}{\rho} \cdot \frac{E_m}{E_p} \quad (\text{II.33})$$

Por exemplo, se a solicitação em questão for o peso próprio, as relações entre protótipo e modelo das deformações e dos deslocamentos, serão:

$$\frac{|\sigma_p|}{|\sigma_m|} = \frac{\gamma_c}{\gamma_m} \quad (\text{II.34})$$

$$\frac{|\epsilon_p|}{|\epsilon_m|} = \frac{\gamma_c}{\gamma_m} \cdot \lambda \cdot \frac{E_m}{E_p} \quad (\text{II.35})$$

$$\frac{|\delta_p|}{|\delta_m|} = \frac{\gamma_c}{\gamma_m} \frac{E_m}{E_p} \quad (\text{II.36})$$

sendo γ_m o peso específico do material do modelo e γ_c o peso específico do concreto. Destas relações verifica-se que

$$\gamma_m = \rho \gamma_c \quad (\text{II.37})$$

Os estudos em modelo de barragens-casca são realizados, em geral, através dos métodos da membrana e da ruptura.

O primeiro determina a forma ideal da superfície em casca enquanto que o último obtém o coeficiente de segurança da barragem.

O método da membrana submete uma membrana, geralmente de borracha, a cargas iguais e opostas aquelas que atuam no protótipo, isto é, a pressão hidrostática é aplicada de jusante para montante e o peso próprio para cima através de pesos atuando em roldanas que representam os pesos próprios das diversas seções da barragem, conforme é mostrado na figura II.3. Assim a membrana é carregada de tensão em todos os seus pontos e encontra uma forma funicular de equilíbrio que é a ideal para combater as solicitações do protótipo.

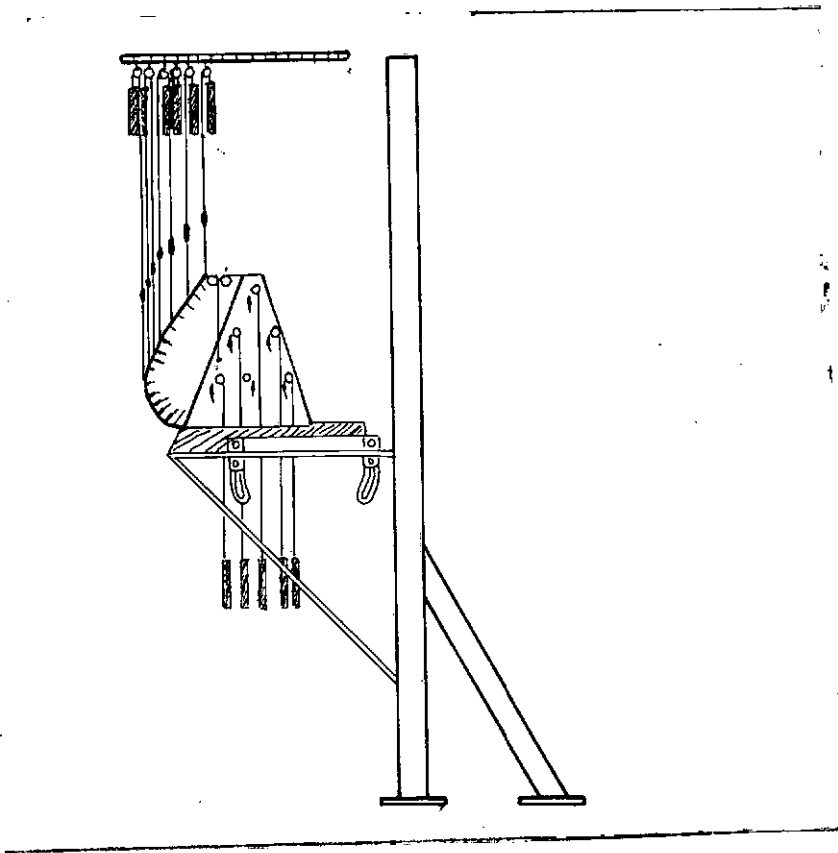


Fig. II.3 - Método da membrana

O método da ruptura determina o coeficiente de segurança da barragem através do aumento gradativo das solicitações. A escolha de um material que represente o concreto apresentando a mesma relação tensão-deformação é talvez o maior problema nos estudos em modelo. A não representatividade do módulo de elasticidade do concreto pelo material do modelo conduz à imprecisão do coeficiente de segurança. Tendo em vista a complexidade do fenômeno da ruptura, os materiais a serem usados devem ter naturezas físicas análogas as do concreto. O material empregado que melhor representa tanto o concreto como as rochas das fundações é obtida através de misturas de gesso e diatomite. As suas principais vantagens são as seguintes: possibilidade de respeitar as condições de semelhança mecânica, facilidade de trabalho, grande deformabilidade e ainda ser econômico.

Para reproduzir os efeitos devido as pressões hidrostáticas e peso próprio da barragem, macacos hidráulicos são distribuídos uniformemente sobre a superfície de montante, da barragem, com uma determinada inclinação de forma a que esforço representem os resultados destes efeitos, conforme as Figuras (II.4, II.5 e II.6). Extensômetros elétricos tipo Carlson e deflectômetros mecânicos são geralmente utilizados para medir respectivamente as deformações e os deslocamentos radiais, tangenciais e verticais de determinados pontos do paramento de jusante.

O uso de modelos reduzidos tem contribuído para melhorar os projetos de barragens-casca, através da obtenção de formas ideais para a casca (método das membranas) e da determinação dos seus coeficientes de segurança (método da ruptura). Muito se tem ganho no campo teórico com os estudos em modelo reduzido.

II.5 - CONCLUSÕES

No presente capítulo foram analisados os principais métodos para o cálculo estrutural de barragens-casca. Como visto, cada método apresenta as suas peculiaridades, tendo vantagens e desvantagens. A se julgar qual o método será o melhor dependerá muito das situações que cercam a análise, como o tipo de análise, o tempo de resposta e fundamentalmente as condições disponíveis para o trabalho.

Sendo um computador de grande porte, uma linguagem orientada com respostas rápidas e com precisões adequadas ao tipo de análise, as ferramentas disponíveis, utilizou-se o método dos elementos finitos para a realização dos estudos que são o objetivo do presente trabalho.

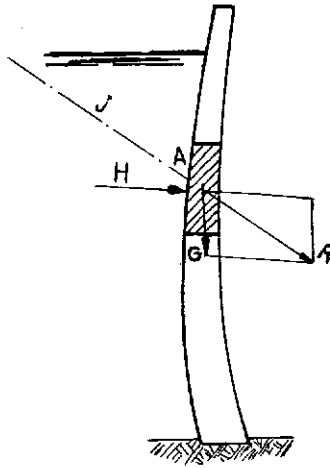


Fig. II.4 - Esforços atuantes na barragem

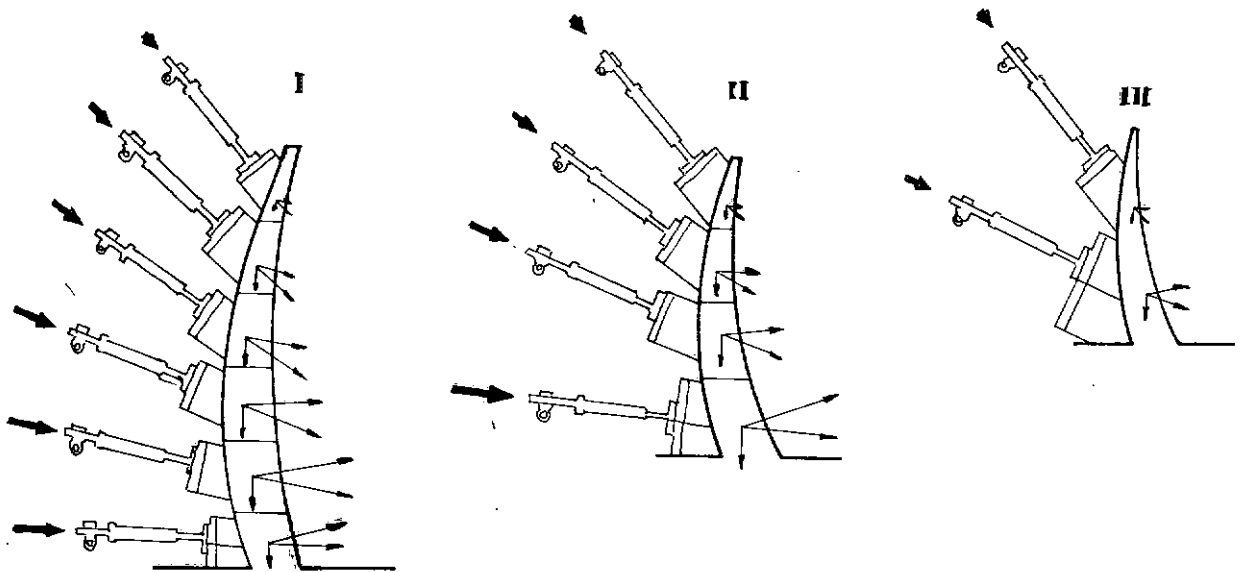


Fig. II.5 - Sistema da localização dos macacos hidráulicos

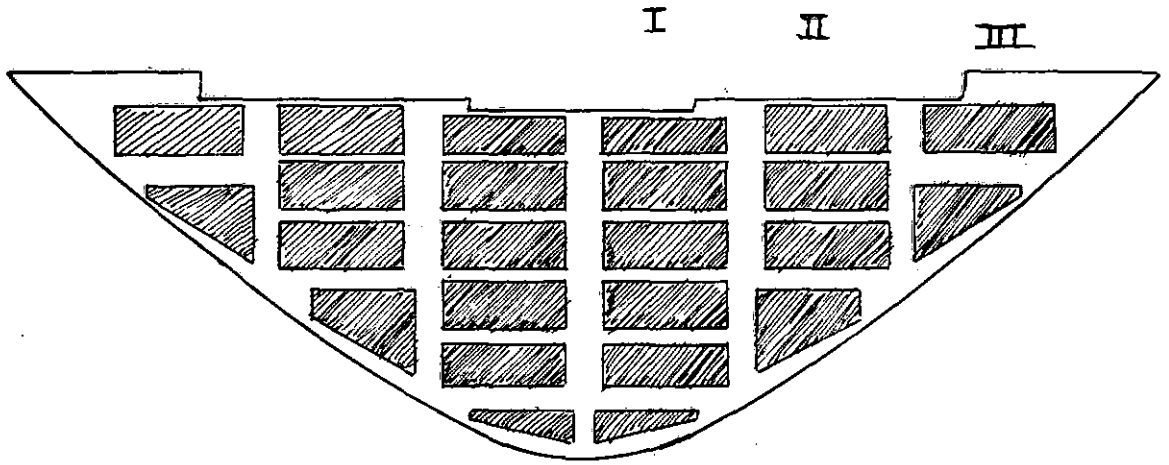


Fig. II.6 - Distribuição dos macacos ao longo da barragem

CAPÍTULO III

SOLICITAÇÕES

III.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

As solicitações que atuam sobre a estrutura de uma barragem são decorrentes de ações exteriores, em geral ligadas a fatores de natureza geográfica, climática, etc., e provocam a alteração no estado de tensões no conjunto barragem-fundação.

Em barragens é comum efetuar-se uma classificação de forças externas atuantes em três formas:

- considerar que as forças podem ser estáticas ou dinâmicas, em função das velocidades e acelerações com que são aplicadas as cargas;
- considerar que sobre a estrutura atuam forças permanentes ou acidentais. Estas últimas subdividem-se em dois grupos: habituais e ocasionais, caracterizadas pela maior ou menor probabilidade de ocorrerem no tempo;
- considerar que as solicitações são definidas a partir da teoria da elasticidade: forças de massa que atuam nos elementos de volume da estrutura e intervêm nas equações de equilíbrio em pontos do interior da estrutura; forças de superfície que atuam sobre os elementos de superfície e intervêm nas equações de equilíbrio de contorno; deformações que correspondem a va-

riações de volume, de origem térmica ou hidrotérmica e inter-
vem nas relações tensões-deformações.

No presente capítulo procurar-se-á analisar o efei-
to dos esforços solicitantes externos sobre as barragens, com a
finalidade de utilizar alguns dos resultados aqui obtidos nos ca-
pítulos posteriores. Tendo em vista que o objetivo básico do tra-
balho é o de estudar o comportamento de barragens-casca a partir
do método dos elementos finitos, procurar-se-á seguir a terceira
forma alternativa apresentada acima.

III.2 - FORÇAS DE MASSA

As forças de massa mais importantes são o peso pr^oprio,
as forças de inércia resultantes de ações dinâmicas e aque-
las resultantes da variação da pressão intersticial em estru-
turas formadas por materiais porosos.

- Peso pr^oprio

Sob esta denominação incluem-se os efeitos resul-
tantes da ação da gravidade sobre a barragem. Devido a ordem de
grandeza das massas postas em jôgo, o peso pr^oprio assume grande
importância no projeto estrutural.

A ação do peso pr^oprio depende essencialmente do
método de construção da barragem e da evolução do seu crescimen-
to no tempo. No caso particular de uma barragem abôbada, onde a

construção se faz em várias fases, pode-se notar que a ordem de concentração dos blocos mostrados na figura (III.1) tem grande importância.

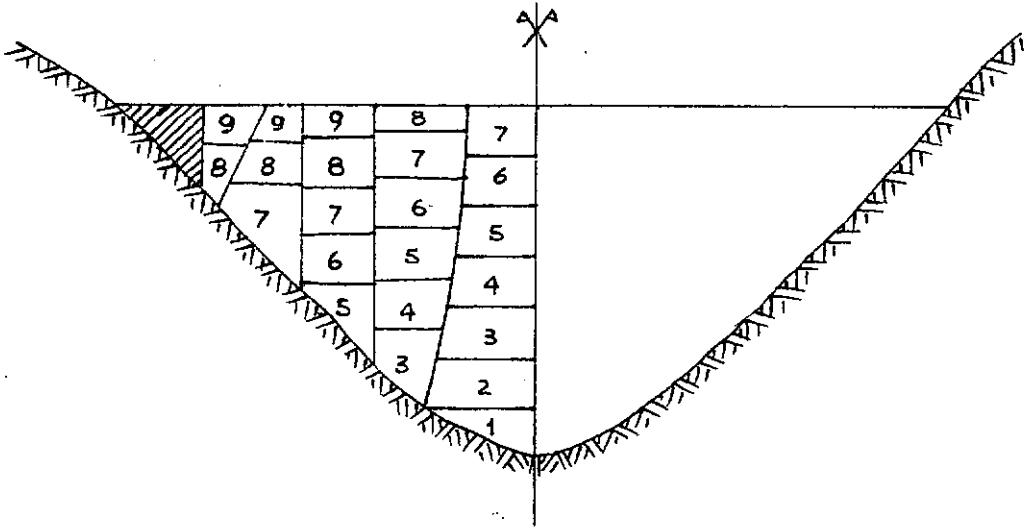


Fig. III.1 - Esquema da construção de uma barragem-casca

Para o estudo do peso próprio em barragens de concreto foram desenvolvidos métodos experimentais e analíticos que permitem considerar todas as fases da construção (11, 12, 13) e sua ação sobre a fundação.

No caso de fundações, a ação do peso próprio processa-se também ao longo do tempo e depende da formação geológica da região e daí decorrendo tensões internas nos maciços rochosos. De um modo geral consideram-se duas componentes da ação do peso próprio: a vertical, denominada de gravitacional e as tectônicas, mas que incluem também as tensões resultantes dos efeitos gravitacionais. Cabe ainda ressaltar que, no caso de projeto de

barragens considerando a interação estrutura-fundação não é necessária a consideração da ação do peso próprio da fundação, visto que esta ocorre muito antes da construção da estrutura.

- Forças de inércia

A ocorrência de forças de inércia em barragens decorre quase que exclusivamente da ação dos sismos.

O tratamento numérico dado ao projeto de barragens-casca permitiu a consideração da ação sísmica como aleatória. Os sismos são associados a um conjunto de impulsos de aceleração $\ddot{x}(t)$, com intensidade variando aleatoriamente e definida por:

$$\overline{\ddot{x}^2} = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \ddot{x}^2 dt, \quad (\text{III.1})$$

que é a variância e representa em média a intensidade dos impulsos sísmicos. T caracteriza a duração do fenômeno

$$R(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \ddot{x}(t) \ddot{x}(t+\tau) dt \quad (\text{III.2})$$

que traduz o grau de dependência entre dois impulsos separados pelo intervalo de tempo τ e,

$$\overline{\ddot{x}^2} = \int_0^\infty S(f) df \quad (\text{III.3})$$

onde $S(f)$ é a densidade espectral de frequência e representa a densidade do valor médio quadrático da aceleração no domínio da frequência f . A maior parte da energia dos grandes sismos da Califórnia se concentra entre 2 Hz e 5 Hz.

As ações sísmicas atuando na fundação da barragem desenvolvem forças de inércia em cada elemento do volume desta, variáveis com a massa do elemento e com suas propriedades vibratórias: frequências naturais e fatores de amortecimento. A partir daí deve ser realizada a análise dinâmica por via numérica ou por via experimental (10).

- Pressão intersticial

As estruturas hidráulicas são em geral constituídas por materiais porosos. Em tais condições, sempre que não são utilizados dispositivos de impermeabilização ou de drenagem, o gradiente hidráulico origina um escoamento através dos seus poros, que é determinado a partir da lei de Darcy (14).

$$\dot{u} = \frac{K \gamma_o}{\eta_o} \nabla \left(\frac{p}{\gamma_o} + z \right) = k \nabla h \quad (\text{III.4})$$

e que estabelece uma relação linear entre a velocidade do líquido \dot{u} e o gradiente de carga piezométrica h , através do coeficiente de permeabilidade k . Tal constante depende da permeabilidade K , característica do meio poroso, do peso específico (γ_o) e da viscosidade do líquido (η_o).

Para o caso de líquidos incompressíveis

$$\nabla^2 h = 0 ,$$

que permite uma vez conhecidos os valores, de h no contorno obter a carga piezométrica nos demais pontos da barragem e a pressão p .

As forças de massa decorrentes desta pressão intersticial serão

$$M = - m \nabla p \quad (\text{III.5})$$

onde m é denominado de porosidade superficial, variando seus valores entre (0,9 e 1,0).

A teoria da elasticidade pode ser aplicada para a obtenção do estado de equilíbrio decorrente da ação da pressão intersticial, pelo uso das equações em forma matricial.

$$\begin{aligned} \underline{\sigma} \cdot \underline{\nabla} - \underline{\nabla} \cdot p &= 0 \\ \underline{\sigma} &= 2\mu \underline{\varepsilon} + \lambda \theta \underline{\delta} \\ 2\underline{\varepsilon} &= \underline{u} \underline{\nabla}^T + \underline{\nabla} \underline{u}^T \end{aligned} \quad (\text{III.6})$$

onde σ e ε são os tensores de tensões e deformações, λ e μ são as constantes de Lamé, δ a matriz unidade e θ a deformação volumétrica.

Definindo

$$\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} - p \underline{\delta}$$

chega-se a

$$\underline{\sigma} \cdot \underline{\nabla} - \underline{\nabla} \cdot p = 0$$

$$\underline{\sigma}' \cdot \underline{\nabla} = 0 \quad (\text{III.7})$$

$$\underline{\sigma}' = 2\mu \underline{\epsilon} + \lambda \theta \underline{\delta} - p \underline{\delta}$$

$$\underline{\sigma}' \cdot \underline{r} = p \cdot \underline{r}$$

Além disso a resultante num dado volume das forças desenvolvidas pela pressão intersticial será sempre equilibrante das forças de pressão sobre a superfície, isto é:

$$\int \underline{\nabla} \cdot p \cdot dV = \int p \underline{r} ds \quad (\text{III.8})$$

III.3 - FORÇAS DE SUPERFÍCIE

Nesta categoria estão as forças distribuídas sobre a superfície da estrutura, decorrentes da pressão hidrostática e sub-pressões, das pressões hidrodinâmicas, das pressões de terra e outros materiais.

- pressões hidrostáticas e sub-pressões

O tratamento destas solicitações é o dado a pressão intersticial. Elas se desenvolvem quando as superfícies em

contacto com a água são impermeáveis (cortinas de drenagem ou de impermeabilização) ou em maciços rochosos com grandes fendas abaixo do lençol freático.

- Pressões hidrodinâmicas

Decorrem da ação de escoamento e dão origem a pressões no líquido que devem satisfazer a equação

$$\nabla^2 p = - \frac{\gamma_0}{g} \ddot{P} \quad (\text{III.9})$$

onde γ_0 e E_0 são respectivamente o peso específico e o módulo de elasticidade volumétrico do líquido. Para líquidos incompressíveis

$$\nabla^2 p = 0$$

As pressões p decorrem da integração desta equação, levando-se em consideração que na superfície de contacto com a estrutura, as componentes normais das velocidades no líquido e na estrutura são iguais, o que, atendendo as equações de equilíbrio, pode ser escrito na forma

$$\nabla p \cdot \underline{r} = \frac{\gamma_0}{g} (a_n) \quad (\text{III.10})$$

onde a_n é componente normal da aceleração e r o vetor unitário desta normal. Além disso, deve sempre ser observado que desde que não existam ondas, $\dot{P} = 0$.

- Pressões de terra

Decorrem do assoreamento resultante da descarga s_olida e podem ser calculadas através das fórmulas de Coulomb e de Rankine (14).

III.4 - DEFORMAÇÕES IMPOSTAS

As deformações são geralmente consideradas como as resultantes de variações de volume, de natureza térmica ou hidrotérmica e da fluência.

Considerando a teoria da elasticidade e utilizando-se novamente as equações (III.6), a imposição de deformações ϵ^0 leva a

$$\underline{\sigma} = 2\mu\underline{\epsilon} + \lambda Q\underline{\delta} - \underline{\sigma}^0 \quad (\text{III.11})$$

em que $\underline{\sigma}^0$ é o tensor

$$\underline{\sigma}^0 = 2\mu\underline{\epsilon}^0 + \lambda Q^0\underline{\delta} \quad (\text{III.12})$$

e representa o estado de tensões que deve ser aplicado em cada elemento de volume da estrutura para anular a deformação ϵ_0 .

Assumindo que:

$$\underline{\sigma}' = \underline{\sigma} + \underline{\sigma}^0$$

as equações da elasticidade se transformam em:

$$\underline{\sigma}' \cdot \underline{\nabla} - \underline{\sigma}^0 \cdot \underline{\nabla} = 0$$

$$\underline{\sigma}' = 2\mu \underline{\varepsilon} + \lambda \theta \underline{\delta} \quad (\text{III.13})$$

$$2\underline{\varepsilon} = \underline{u}\underline{\nabla}^T + \underline{\nabla}\underline{u}^T$$

$$\underline{\sigma}' \cdot \underline{r} = \underline{\sigma}^0 \cdot \underline{r}$$

A este estado de tensões devem se sobrepor as tensões iniciais σ^0 para se obterem as tensões resultantes da deformação imposta.

- Variação de temperatura

O primeiro efeito térmico a ser considerado no projeto de uma barragem-casca é o da dissipação de calor pela pega do concreto.

No que se refere a propriedades térmicas este é caracterizado pelos seguintes parâmetros:

- difusibilidade térmica - d (m^2/h)
- coeficiente de dilatação - α , ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)
- calor específico - C ($\text{cal}/\text{kg } ^{\circ}\text{C}$)
- condutibilidade térmica - λ ($\text{cal}/\text{mh } ^{\circ}\text{C}$)

sendo que a condutividade térmica é relacionada a difusibilidade térmica e ao calor específico.

$$d = \frac{\lambda}{C \gamma_c} \quad (\text{III.14})$$

onde γ_c é o peso específico do concreto.

Quando um maciço de concreto desenvolve uma certa quantidade de calor de hidratação, pode-se aplicar a equação diferencial da condução de calor.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = d |\nabla^2 \theta| + \frac{Q}{C \gamma_c} \quad (\text{III.15})$$

onde θ é a temperatura num ponto genérico, num dado instante t e Q o calor de hidratação desenvolvido em um m^3 de concreto por unidade de tempo.

Um processo para o cálculo de Q é o de utilizar a curva adiabática de subida de temperatura ($d\nabla^2 \theta = 0$), uma vez que conhecido $\theta = \theta(t)$, a expressão

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{Q}{C \gamma_c}$$

é facilmente resolvível.

Em geral, $\theta(t)$ tem o aspecto de uma curva de saturação e, segundo estudos desenvolvidos no LNEC (15), varia de acordo com a dosagem de cimento Portland no concreto e definida analiticamente por:

$$\theta = \theta_A - \theta_B e^{-\beta_1 z} - \theta_C e^{-\beta_2 z} \quad (\text{III.16})$$

onde θ_A representa a máxima temperatura em regime adiabático e β_1 e β_2 coeficientes dependentes da natureza do cimento.

Conhecido θ , chega-se a:

$$Q = C\gamma_c (\beta_1 \theta_B e^{-\beta_1 z} + \beta_2 \theta_C e^{-\beta_2 z}) \quad (\text{III.17})$$

Três casos podem ocorrer:

- Fluxo de calor unidirecional:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = d \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{Q}{C \gamma_c}$$

que é aplicável ao caso de barragens com grande espessura.

- Fluxo de calor bidimensional:

A proporção que a espessura diminui, ocorre uma perda de calor pelas faces laterais. Neste caso

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = d \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) + \frac{Q}{C \gamma_c}$$

- Fluxo de calor tridimensional:

Aplicável a blocos de pequenas dimensões, com perda de calor nas três direções. A equação diferencial é

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = d(\nabla^2 \theta) + \frac{Q}{C \gamma_c}$$

Em todos os três casos, a expressão de θ pode ser obtida em função dos valores de θ conhecidos para diversos pontos do volume de concreto. Para tanto, basta aplicar o método de Schmidt que consiste na formulação em diferenças finitas das equações diferenciais acima.

Assim no caso de fluxo unidimensional:

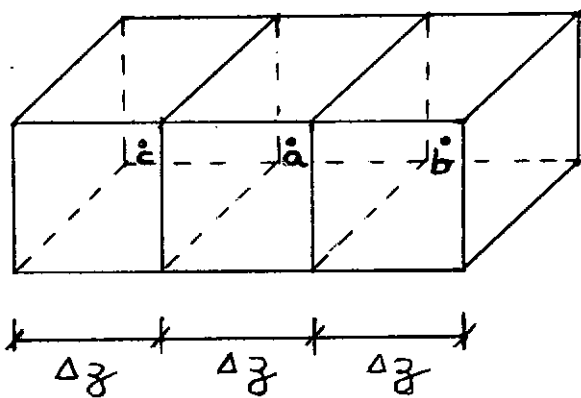


Fig. III.2 - Esquema de fluxo unidimensional

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta z^2} |\theta(z + \Delta z) - 2\theta(z) + \theta(z - \Delta z)| + \frac{Q}{C \gamma_c}$$

ou, de acordo com a figura (III.2).

$$\Delta\theta = \frac{\Delta t}{\Delta z^2} d(\theta_c - 2\theta_a + \theta_b) + \frac{Q}{C \gamma_c} \Delta t$$

Assumindo $\frac{d\Delta t}{\Delta z^2} = \frac{1}{2}$ para caracterizar as dimensões da malha, obter-se-á:

$$\theta_a = \frac{1}{2} (\theta_c + \theta_b) + \Delta T \quad (\text{III.18})$$

onde $\Delta T = \frac{Q\Delta t}{C \gamma_c}$ é a variação adiabática da temperatura no intervalo de tempo Δt .

Para fluxos bidimensionais a temperatura θ_a é dada por:

$$\theta_a = \frac{1}{4} (\theta_c + \theta_d + \theta_b + \theta_e) + \Delta T \quad (\text{III.19})$$

e, finalmente, para fluxos tridimensionais:

$$\theta_a = \frac{1}{6} (\theta_b + \theta_d + \theta_c + \theta_e + \theta_f + \theta_g) + \Delta T \quad (\text{III.20})$$

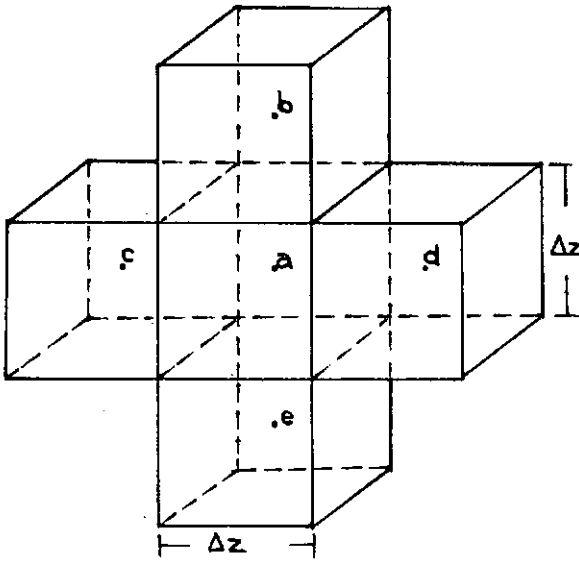


Fig. III.3 - Esquema de fluxo bidimensional

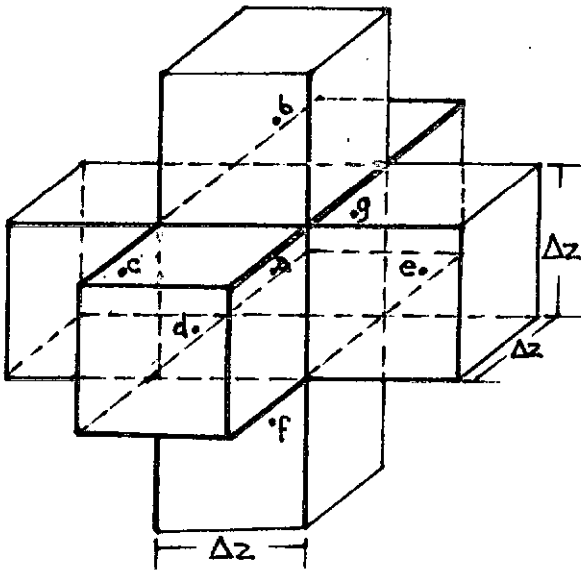


Fig. III.4 - Esquema de fluxo tridimensional

O segundo ponto importante no cálculos dos efeitos térmicos em barragens-casca é o devido as próprias variações térmicas do meio-ambiente.

A variação de temperaturas é em geral suposta como senoidal em torno de uma temperatura média θ_m , que pode ser anual ou diária. Assim

$$\theta_{\text{montante}} = \theta_m^{\text{montante}} + \theta_a^{\text{montante}} \cdot \cos wt \quad (\text{III.21})$$

onde $w = \frac{2\pi}{24 \text{ hs}}$ ou $w = \frac{2\pi}{365 \text{ dias}}$ e θ_a^m igual a amplitude da oscilação de temperaturas.

A jusante obter-se-á:

$$\theta_{\text{jusante}} = \theta_m^{\text{jusante}} + \theta_a^{\text{jusante}} \cos(wt - \phi) \quad (\text{III.22})$$

sendo ϕ a diferença de fase entre as oscilações de temperatura a jusante e a montante e $\theta_a^{\text{jusante}}$ a amplitude diária ou anual da oscilação de temperatura a jusante.

Estabelecidas as condições nas fronteiras do domínio de integração, pode-se calcular a distribuição de temperaturas pela integração da equação diferencial de Fourier (da condução)

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = d |\nabla^2 \theta|$$

onde o termo devido à geração de calor endógeno não foi considerado por já haver sido detalhado anteriormente.

A equação acima admite como solução

$$\theta = \xi \cos wt + \psi \sin wt + c_1 + c_2 x \quad (\text{III.23})$$

onde ξ e ψ são funções de \tilde{x} , dimensão transversal e c_1 e c_2 podem ser calculados a partir das condições de contorno. A partir daí obtem-se para um ponto no interior da barragem de dimensão transversal, e , que

$$\theta = \theta_m^m + \frac{\theta_m^j - \theta_m^m}{e} x + \sqrt{\xi^2 + \psi^2} \cos(wt - \arctg \frac{\psi}{\xi}) \quad (\text{III.24})$$

A equação acima mostra que a temperatura em qualquer ponto também oscila senoidalmente em torno de

$$\theta_m^m + \frac{\theta_m^j - \theta_m^m}{e} x,$$

com um período idêntico ao das ondas de variação térmica a jusante e montante defasado destas por

$$\phi = \arctg \frac{\psi}{\xi}$$

A distribuição de temperaturas que gera o estado de tensões em um ponto qualquer da barragem pode então ser calculado a partir das equações acima.

Ferreira da Silveira (15) estudou formas simplificadas de tratamento do diagrama de temperaturas. A evolução dos

métodos numéricos, entretanto, através do uso de programas de cálculo automático, permite hoje um rápido cálculo do valor de θ sem que seja necessária qualquer analogia..

O artifício usado por Ferreira da Silveira é o de substituir o diagrama de temperaturas por um outro linear, onde os baricentros e áreas são idênticos.

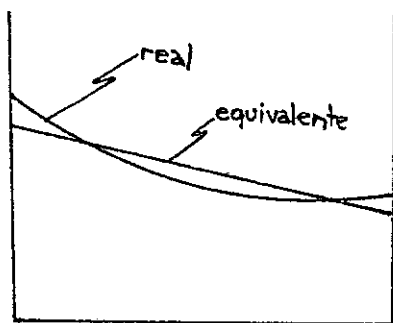


Fig. III.5 - Diagrama de temperaturas

Para o cálculo dos deslocamentos e das tensões desenvolvidas na estrutura por variações de temperatura, pode-se considerar que as deformações térmicas são transformadas em forças de massa e de superfície.

Neste caso, a aplicação da teoria da elasticidade leva a

$$\underline{\sigma}^0 = (3\lambda + 2\mu) \alpha \theta \underline{\delta} \quad (\text{III.25})$$

sendo α o coeficiente de dilatação térmica linear do material.

As forças de massa serão:

$$M = - (3\lambda + 2\mu) \alpha \nabla \theta \quad (\text{III.26})$$

e as de superfície.

$$F = (3\lambda + 2\mu) \alpha \theta \underline{r} \quad (\text{III.27})$$

onde \underline{r} é o vetor unitário da normal ao contorno. Ressalte-se que em equilíbrios tridimensionais.

$$(3\lambda + 2\mu) = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (\text{III.28})$$

onde E é o coeficiente de elasticidade do material e ν o coeficiente de Poisson.

Da mesma forma, para equilíbrio planos

$$(3\lambda + 2\mu) = \frac{E}{1 - 2\nu}$$

- Retração

As ações decorrentes da retração obedecem as leis semelhantes a da condução de calor. Por isto mesmo é comum representá-las por uma descida fictícia de temperatura (16).

III.5 - CONCLUSÕES

No presente capítulo procurou-se analisar o efeito das ações externas sobre as barragens-casca. A recente evolução das técnicas experimentais e das formulações de modelos matemáticos de cargas vem permitindo uma definição com maior precisão das ações externas, principalmente das de natureza ambiental.

Considera-se que, embora este assunto seja de maior importância, a sua complexidade é tal e as possibilidades de extensão tão grandes que transcendem ao objetivo de uma tese de mestrado.

CAPÍTULO IV

CÁLCULO POR ELEMENTOS FINITOS

IV.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

A consideração inicial para o cálculo em elementos finitos de uma estrutura é a idealização do tipo e da forma dos elementos. A escolha dos elementos deve ser feita de modo que as suas formas geométricas e suas funções de interpolação dos deslocamentos possam representar com a maior precisão possível a distribuição de deformações internas da estrutura.

Na idealização de barragens-casca, deveremos considerar, além da estrutura de concreto, um volume significativo das fundações, devido a influência do seu efeito de flexibilidade nas tensões desenvolvidas na casca.

Na representação desse sistema, casca-fundação, poderemos ter diferentes tipos de elementos. A casca poderá ser representada por elementos bidimensionais curvilíneos ou por elementos tridimensionais. A fundação, sendo arbitrariamente um sólido tridimensional deverá ser representada por elementos tridimensionais.

Os elementos bidimensionais curvilíneos, para a representação de barragens-casca são elementos que reduzem a casca à sua superfície média, incorporando as hipóteses simplificado-

ras de Kirchhoff-Love.

Comparações realizadas entre estes elementos e os elementos tridimensionais demonstram que a utilização dos primeiros apresentam resultados muito próximos dos obtidos com os elementos tridimensionais, com a vantagem do tempo de análise ser de 5 a 15 vezes menor. Por outro lado para pontos em que ocorrem singularidades segundo três dimensões, como os da ligação estrutura-fundação, os resultados com o uso dos elementos bidimensionais são discrepantes, devido as hipóteses simplificadoras, já mencionadas.

Sendo o sistema casca-fundação um conjunto tridimensional e aliando-se o fato de que em alguns pontos a serem analisados, neste trabalho, ocorrem singularidades bidimensionais, serão usados na análise elementos tridimensionais, para a representação mais adequada da estrutura.

Os elementos tridimensionais foram inicialmente usados com a forma de tetraedros, com funções de deslocamentos do primeiro grau (Zienkiewicz, O. C.; Cheung, Y. K.; 1967). No entanto, estudos posteriores conduziram ao desenvolvimento de elementos de formas prismáticas que geraram a definição de famílias com função de interpolação de diversos graus. Com a transformação das características geométricas de elementos tipo com a forma de cubos de aresta igual a 2, através de funções de interpolação semelhantes às utilizadas para deslocamentos, foram obtidos os elementos curvos. Quando as funções de interpolação

das coordenadas são iguais às funções de interpolação dos deslocamentos, os elementos são chamados isoparamétricos. Estes elementos têm sido largamente usados na análise de barragens-casca, devido à grande precisão com que suas funções de interpolação representam a distribuição de deformações internas da estrutura.

De acordo com o que foi visto, utilizar-se-ão os elementos finitos tridimensionais isoparamétricos para a análise das barragens-casca.

No presente capítulo, serão apresentas as hipóteses de cálculo adotadas, os detalhes do elemento e o programa utilizado.

IV.2 - O ELEMENTO UTILIZADO

O elemento finito tridimensional isoparamétrico usado tem as seguintes características:

- oito pontos nodais;
- função de interpolação linear;
- modelo compatível ou de deslocamentos;
- incógnitas nodais "U", "V" e "W";
- quadriláteros de lados retos como faces, conforme a figura (IV.1).

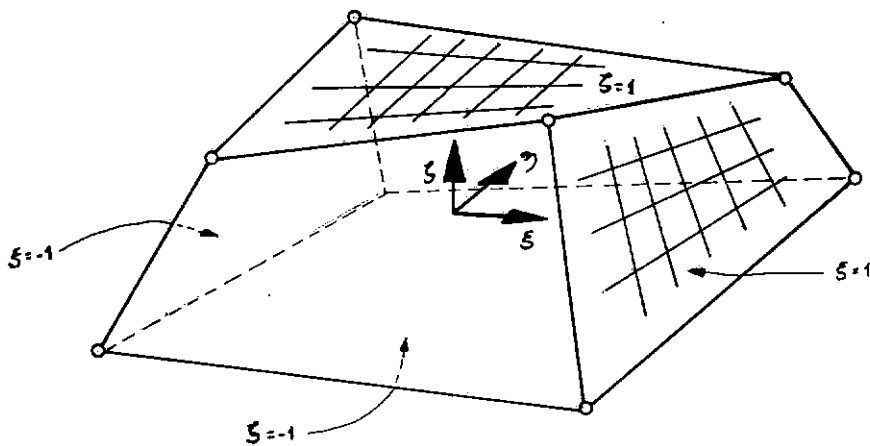


Fig. IV.1 - Elemento isoparamétricos do 1º grau

Conforme já definido no capítulo II, a matriz de rigidez é representada pela expressão:

$$K = \int_V \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} dV \quad (IV.1)$$

onde $\underline{B} = L \underline{N}$ (IV.2)

sendo L um operador linear definido em termos dos eixos cartesianos (x, y, z) .

Para os elementos isoparamétricos torna-se necessário realizar uma transformação do sistema de eixos (x, y, z) para os eixos paramétricos (ξ, η, ζ) que os definem. Para tanto, partiremos de sua função de interpolação definida pela expressão:

$$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_i) (1 + \eta \eta_i) (1 + \zeta \zeta_i) \quad (IV.3)$$

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & N_3 & N_4 & N_5 & N_6 & N_7 & N_8 \end{bmatrix}$$

Sendo as coordenadas e os deslocamentos de um ponto qualquer do elemento iguais a:

$$x = \underline{N} \underline{X}$$

$$y = \underline{N} \underline{Y} \quad (IV.4)$$

$$z = \underline{N} \underline{Z}$$

$$u = \underline{N} \underline{U}$$

$$v = \underline{N} \underline{V} \quad (IV.5)$$

$$w = \underline{N} \underline{W}$$

A matriz \underline{B} , que define as transformações entre deformações e deslocamentos, é representada no sistema de eixos cartesianos por:

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \underline{N}}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial \underline{N}}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial \underline{N}}{\partial z} \\ \frac{\partial \underline{N}}{\partial y} & \frac{\partial \underline{N}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial \underline{N}}{\partial z} & \frac{\partial \underline{N}}{\partial y} \\ \frac{\partial \underline{N}}{\partial z} & 0 & \frac{\partial \underline{N}}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (IV.6)$$

Através da regra da cadeia, ter-se-á:

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N}{\partial \zeta} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{ccc} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x}{\partial \zeta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{array} \right\} = \underline{J} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{array} \right\} \quad (\text{IV.7})$$

onde \underline{J} é a matriz Jacobiana.

Invertendo-se esta equação (IV.7), obter-se-á:

$$\left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{array} \right\} = \underline{J}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \frac{\partial N}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N}{\partial \eta} \\ \frac{\partial N}{\partial \zeta} \end{array} \right\} \quad (\text{IV.8})$$

Substituindo-se na matriz Jacobiana as equações (IV.4), obter-se-á:

$$\underline{J} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial \underline{N}}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \underline{N}}{\partial \eta} \\ \frac{\partial \underline{N}}{\partial \zeta} \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} \underline{x} & \underline{y} & \underline{z} \end{vmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

O volume diferencial (dV) do elemento será:

$$dV = dx \, dy \, dz = \det. \underline{J} \, d\xi \, d\eta \, d\zeta$$

A matriz de rigidez do elemento pode ser calculada através da seguinte expressão:

$$K = \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \int_{-1}^{+1} \underline{B}^T \underline{E} \underline{B} \det \underline{J} \, d\xi \, d\eta \, d\zeta \quad (\text{IV.10})$$

onde \underline{B} é a matriz de transformações definida pela Eq. (IV.6) expressa em termos dos eixos paramétricos (ξ, η, ζ), e \underline{E} a matriz de flexibilidade

IV.3 - CONSIDERAÇÃO DO EFEITO DA FUNDAÇÃO

Apesar de não ser consistente com a idealização tridimensional adotada para representar as fundações, será usada a formulação de Vogt para simulação da flexibilidade da rocha, uma vez que estas hipóteses são razoáveis diante da incerteza dos valores das constantes de deformabilidade da fundação.

Os coeficientes de flexibilidade de Vogt representam os deslocamentos de uma *área* bt de uma face plana, de um plano semi-infinito, submetido à ação de uma força Normal N , um esforço cortante Q e um momento M (Fig. IV.2).

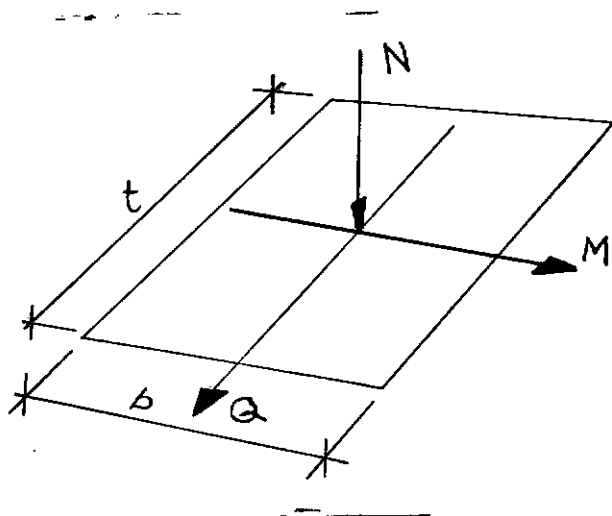


Fig. IV.2 - Plano semi-infinito

A relação entre o vetor dos deslocamentos $\{v_N, v_Q, v_M\}$ e o correspondente vetor de forças $\{N, Q, M\}$, pode ser escrita como:

$$\begin{Bmatrix} v_N \\ v_Q \\ v_M \end{Bmatrix} = \frac{1-\nu^2}{E_f} \begin{vmatrix} K & 0 & 0 \\ 0 & K & \frac{1-2\nu}{(1-\nu)t} \\ 0 & \frac{1-2\nu}{(1-\nu)t} & \frac{18}{\pi t^2} \end{vmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ Q \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.11})$$

onde:

ν - coeficiente de Poisson

E_f - módulo de elasticidade da fundação

K - coeficiente que varia com a relação b/t , entre 2.25 e 3.00.

Holand (9) observou que a sugestão de Vogt, que considera somente rotações, poderia ser estendida para incluir o efeito de flexibilidade através de uma placa engastada, conforme a fig. (IV.3). A relação entre o vetor de deslocamentos $\{v_N, v_Q, v_M\}$ é o correspondente vetor de forças $\{N, Q, M\}$ pode ser escrita:

$$\begin{Bmatrix} v_N \\ v_Q \\ v_M \end{Bmatrix} = \frac{1-\nu^2}{E_0} \cdot \frac{1}{h} \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4\ell^2}{h^2} & \frac{6\ell}{h^2} \\ 0 & \frac{6\ell}{h^2} & \frac{12}{h^2} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} N \\ Q \\ M \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.12})$$

onde, E_0 é o módulo de elasticidade da placa.

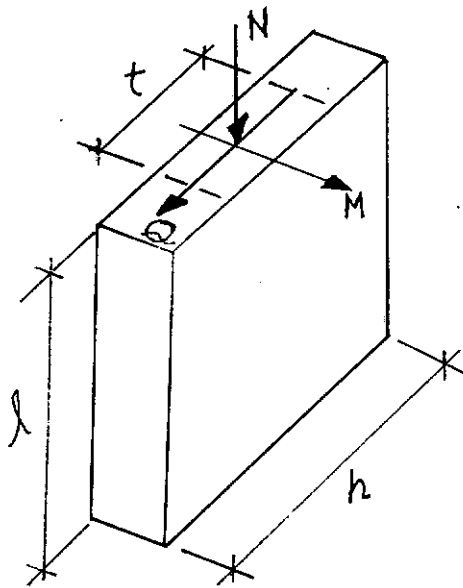


Fig. IV.3 - Esquema da placa engastada

Nesta equação os valores de E_0 , ℓ , h são ajustadas de modo que a equação possa representar a anterior da melhor maneira possível. Conforme Vogt, o deslocamento V_Q é de pequena importância. Entretanto a contribuição de Q em V_Q é muito inferior à contribuição de M e portanto, desprezaremos a contribuição de Q .

Fazendo a igualdade das duas equações, obteremos:

$$h = \sqrt{2/3 \cdot K\pi t^2}$$

$$\ell = \frac{\pi}{9} t \frac{1-2\nu}{1-\nu} \quad (\text{IV.13})$$

$$E_0 = \frac{h}{6K^2 t} \cdot \frac{1-2\nu\nu}{1-\nu} E_f$$

Adotando-se $K = 2,5$ e $\nu = 0,15$ as expressões se tornam:

$$h \cong 2,3 t$$

$$\ell \cong 0,3 t \quad (\text{IV.14})$$

$$E_0 \cong 0,051 E_f$$

onde, t é a espessura de barragem sobre a fundação.

Estes valores representam as características dos elementos da fundação.

A formulação descrita foi utilizada por Holand nas soluções de barragens-casca. Comparações realizadas com modelos de testes têm mostrado uma ótima concordância nos resultados. Esta compatibilidade de resultados justifica a conclusão de que tal faixa fictícia de elementos descreve a deformação da fundação adequadamente.

IV.4 - O PROGRAMA UTILIZADO

Os programas computacionais podem ser confeccionados de diversas formas, dependendo do objetivo ao qual se destinam. Programas que se destinem a soluções de problemas específicos são chamados de programas de aplicações específicas. Programas confeccionados para soluções de vários tipos de problemas, de uma determinada área de conhecimento, são denominados de sistemas.

Os sistemas computacionais direcionados para uma melhor interação homem-máquina, de forma que os usuários possam utilizá-los sem que seja necessário preocupações com detalhes de programação ou processamento, que não fazem parte das suas atividades profissionais, são denominados sistemas de linguagens orientadas.

Para a análise das barragens-casca, neste trabalho, foi utilizado o sistema de linguagem orientada LORANE LINEAR, implantado num computador de grande porte (Bürroughs B-6700).

O sistema LORANE LINEAR é uma linguagem orientada para a solução de problemas de mecânica dos sólidos do tipo elástico linear, através a montagem e resolução do sistema de equações lineares:

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{P}$$

onde \underline{K} pode ser considerada como a matriz de rigidez, \underline{U} como o vetor dos deslocamentos nodais e \underline{P} como um equivalente vetor de cargas nodais. Na resolução desse sistema de equações utiliza-se um procedimento semelhante ao método de eliminação de Gauss. Para se obter uma maior eficiência do programa utiliza-se o artifício de se armazenar na memória do computador somente os blocos não nulos do sistema de equações.

Os tipos de elementos utilizados, bem como uma detalhada descrição da estrutura da sua linguagem, podem ser facilmente encontrados no seu manual de utilização.

Cabe aqui ressaltar que o sistema LORANE tem sido largamente usado na COPPE-UFRJ, na resolução dos mais diversos problemas correntes de engenharia, com sucesso absoluto.

IV.5 - HIPÓTESES DE CÁLCULO

A condição para que a análise de modelos teóricos seja bem sucedida é que as hipóteses de cálculo adotadas possam torná-los os mais próximos possíveis dos modelos reais. Para tan

to as idealizações necessárias devem ser feitas de forma a representarem os efeitos físicos que ocorrem na prática.

Para o caso de estruturas de barragens-casca com vertedouros de orifício os efeitos físicos que, poderão ocorrer são:

- ações da água;
- variações de temperatura;
- sismos;
- e outros.

Para o cálculo da influência dos vertedouros nas barragens tornam-se de vital importância os efeitos das ações da água. Consideração de relevada importância a ser feita é que tanto o concreto quanto a rocha de fundação são materiais porosos, estabelecendo-se um escoamento da água através dos seus vazios. As pressões desenvolvidas no concreto devido à percolação da água são de difícil representatividade, devido ao fato de serem variáveis com o tempo. Testes indicam que para cálculos de barragens à ruptura as tensões desenvolvidas, devidas a estas pressões, são muito significativas. Porém para cálculos na fase elástica, estando a estrutura semi-saturada, e de acordo com o Comitê Internacional das Grandes Barragens (10), estas pressões podem ser desprezadas. Para o efeito do escoamento da água pelas

fundações, pode-se também considerar o solo saturado.

O efeito das pressões hidrodinâmicas, para o caso dos vertedouros abertos, em análises estáticas e lineares pode ser simulado por esforços nos bordos dos orifícios, uma vez que as pressões desenvolvidas ao longo da estrutura da barragem não são significativas. O escoamento da água pelos vertedouros se caracteriza pela forma de jato, conforme a figura (IV.4).

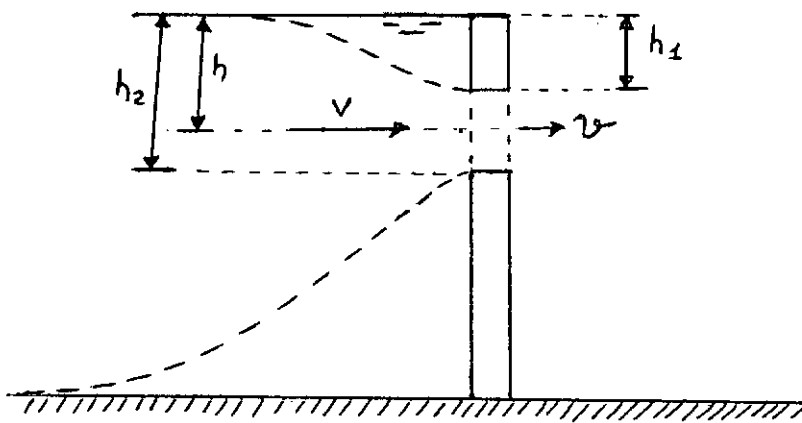


Fig. IV.4 - Esquema do escoamento

onde, v é a velocidade de saída do jato, V é a velocidade de aproximação, ℓ é a largura do orifício, h a altura do centro de gravidade e h_1 , h_2 as alturas respectivas dos bordos superiores e inferiores.

Os esforços simulados serão obtidos através a aplicação do teorema de Euler ou da quantidade de movimento, conforme as expressões a seguir:

$$F = \rho Q(v-V) \quad (\text{IV.15})$$

onde

$$v = c_v \cdot \sqrt{2g(h + V^2/2g)}$$

$$V^2 = 2gh$$

$$Q = \frac{2}{3} \mu' \ell \sqrt{2g} \left| \left(h_2 + \frac{V^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(h_1 + \frac{V^2}{2g} \right)^{3/2} \right|$$

sendo,

$\mu' = 0,60$ - coeficiente de vazão (Lencastre, A.)

$c_v = 0,98$ - coeficiente de velocidade (Vennard/Street)

As propriedades do concreto e da rocha das fundações adotadas no cálculo, encontram-se na tabela I do capítulo I.

IV.6 - CONCLUSÕES

Neste capítulo foram apresentadas as considerações e as hipóteses adotadas para o cálculo por elementos finitos da barragem casca tipo 1, definida no capítulo I. Para definição das características geométricas adotou-se o valor da unidade de comprimento igual a cinco metros, com o que, a altura de trinta metros, corresponde a limitação imposta pelo "Institution of Ci-

vil Engineers" - (I.C.E.), de forma a tornar o modelo teórico próximo dos modelos reais.

A barragem foi discretizada numa malha com trinta e oito elementos, conforme a figura (IV.5). Uma vez que foram usados elementos isoparamétricos, a distorção imposta pela geometria torna-se compatível.

Com o objetivo de se obter maiores informações sobre a influência dos vertedouros no comportamento estrutural da barragem estudaram-se dez situações distintas. Considerou-se, respectivamente para vales rígidos ou elásticos, a barragem sem vertedouro, com um ou dois vertedouros na região superior (entre as alturas 20 e 25 m) ou na região inferior (entre as alturas dez e quinze metros). Figuras (IV.6 até IV.10).

No próximo capítulo serão apresentados os principais resultados numéricos e suas interpretações.

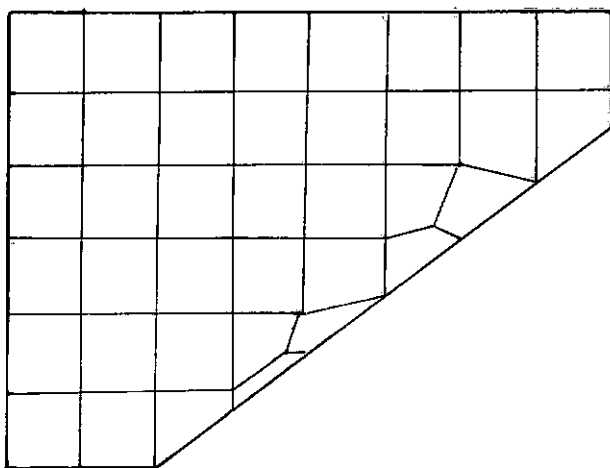


Fig. IV.5 - Malha adotada

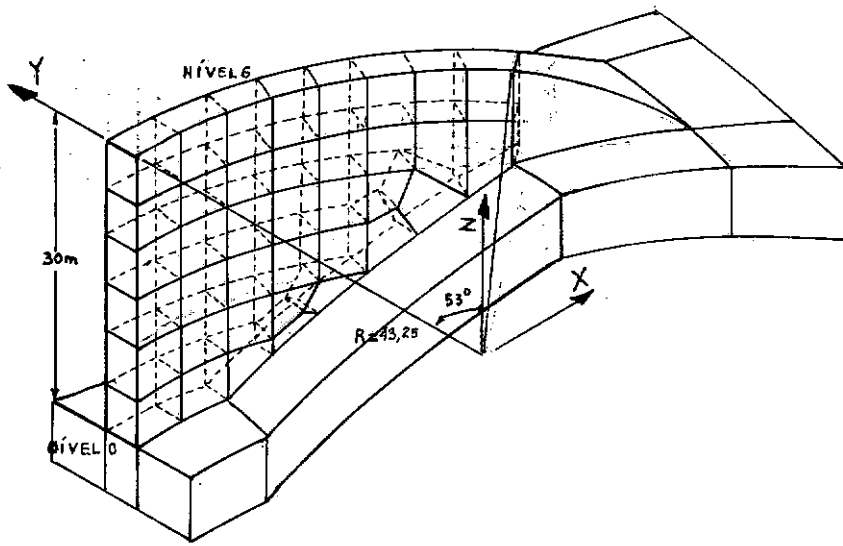


Fig. IV.6 - Barragem sobre vale elástico

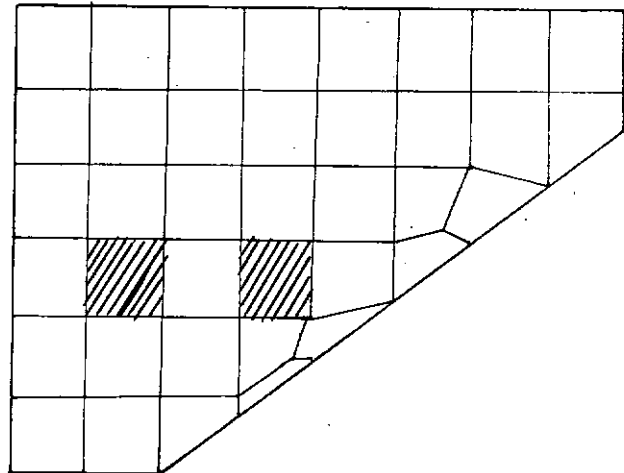
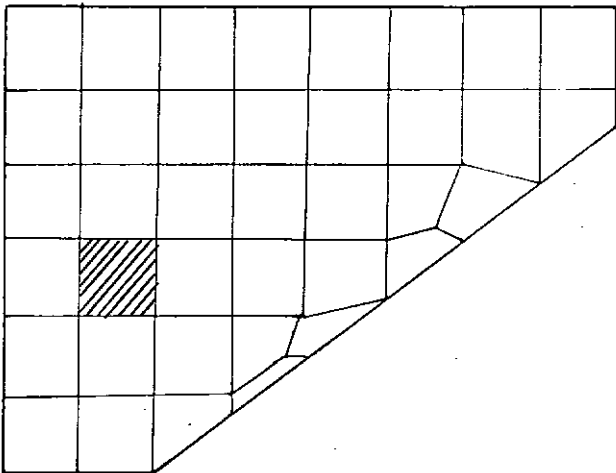
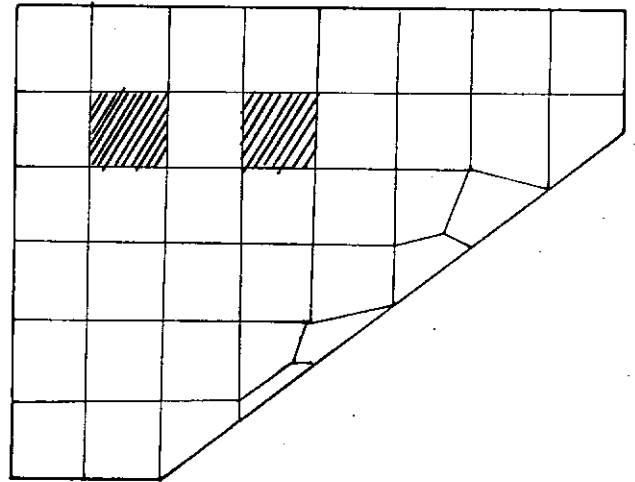
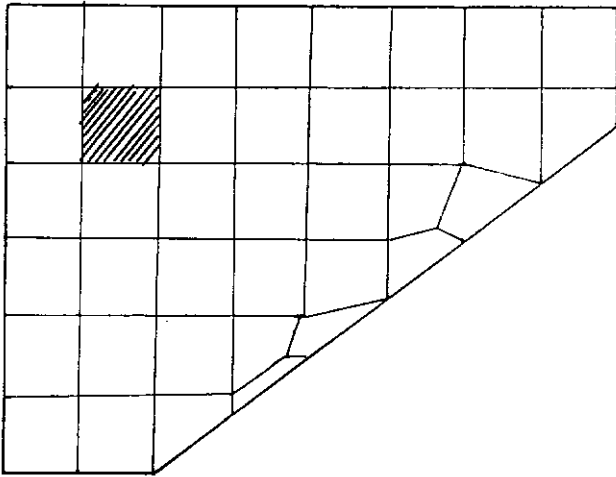


Fig..IV.7 até IV.10 - Localização dos vertedouros

CAPÍTULO V

RESULTADOS NUMÉRICOS

V.1 - CONSIDERAÇÕES GERAIS

Neste capítulo serão apresentados os gráficos relativos aos principais resultados numéricos obtidos no estudo, que se encontram listados no Apêndice I.

Para a análise do estado de tensões desenvolvidos na barragem adotou-se a seção central que pertence ao plano de simetria da estrutura. Esta seção foi considerada como sendo adequada para representar o comportamento da estrutura devido ao fato de estar suficientemente afastada e equidistante dos vertedouros.

Os gráficos foram construídos para a variação das tensões normais ao longo da altura da barragem, apresentando-se para cada um deles duas curvas, a primeira relativa aos pontos da face de montante e a última aos pontos da face de jusante, visto que as soluções obtidas são para a barragem tridimensional. As convenções adotadas para a sua construção foram que a face de montante é representada pela linha cheia e a face de jusante pela linha tracejada. As figuras (V.1 até V.20), apresentam as distribuições de tensões na seção central, respectivamente para σ_z e σ_x , para vale rígido e elástico, sem e com vertedouro.

V.2 - GRÁFICOS

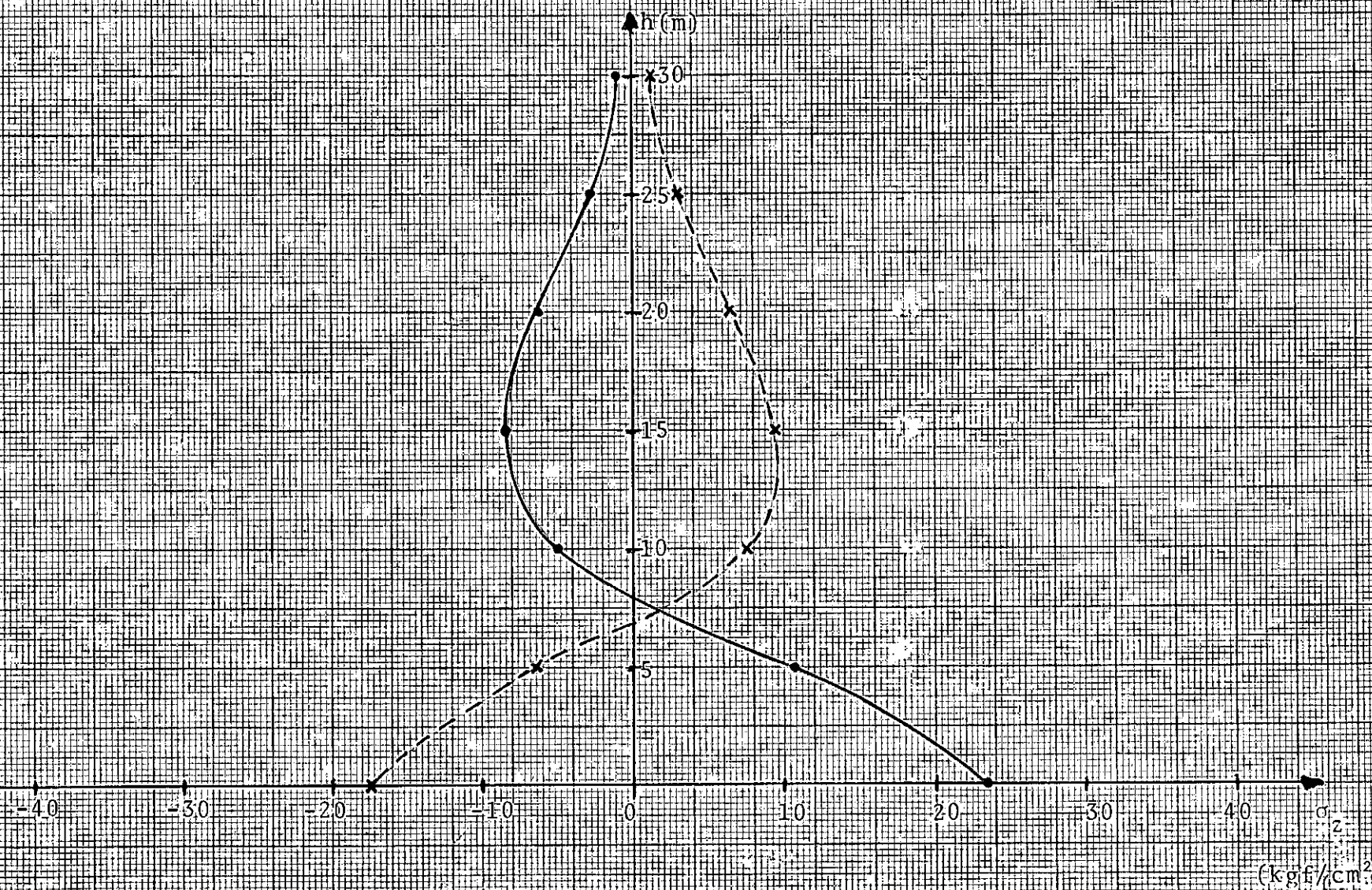


Fig. V.1 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale rígido, sem vertedouro

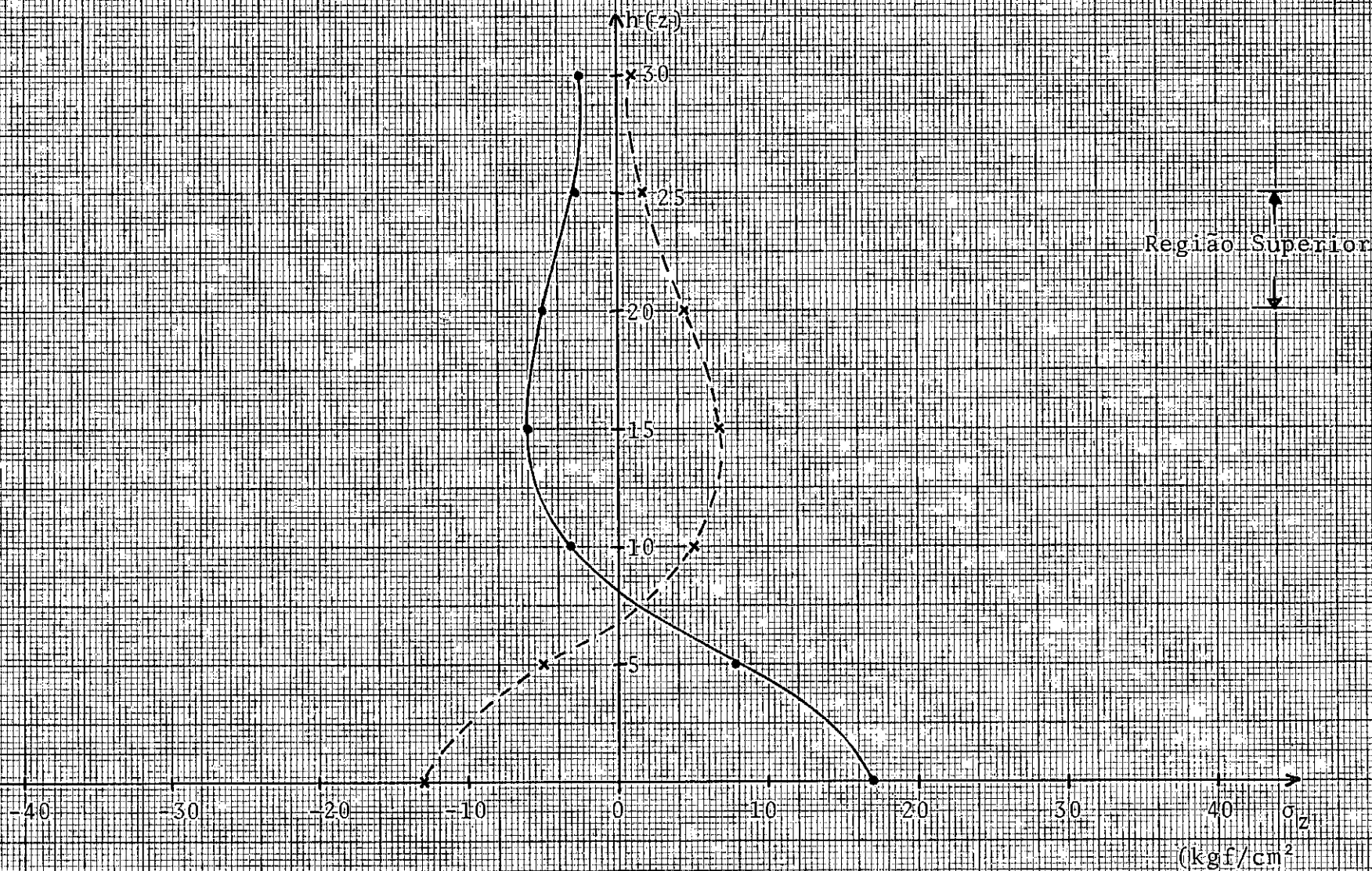


Fig. V.2 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale rígido, com 1 vertedouro na região superior

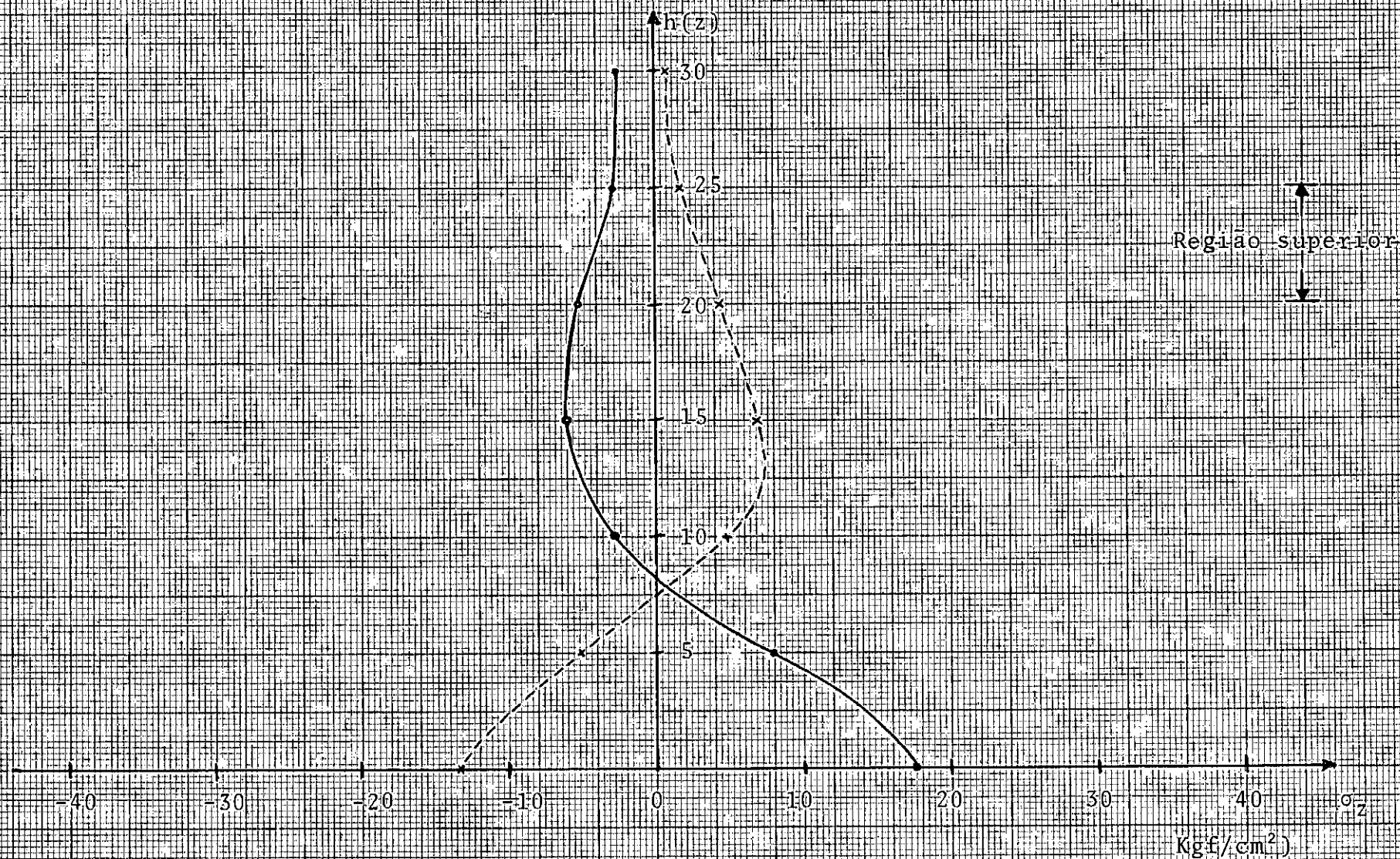


Fig. V.3 - Distribuição das tensões σ_z , na barragem sobre vale rígido, com 2 vertedouros na região superior

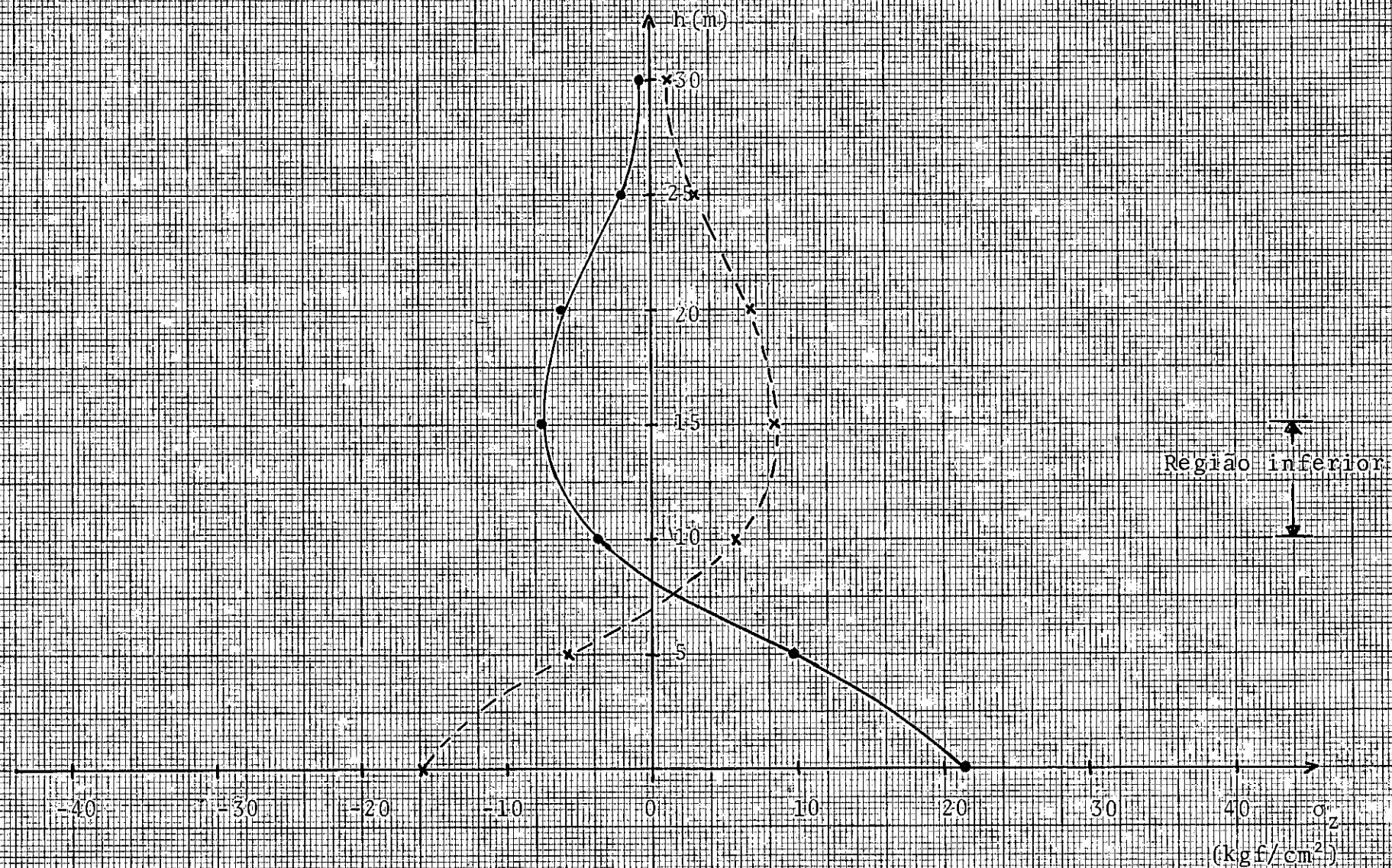


Fig. V.4 - Distribuição das tensões σ_z , na barragem sobre vale rígido, com 1 vertedouro na região inferior

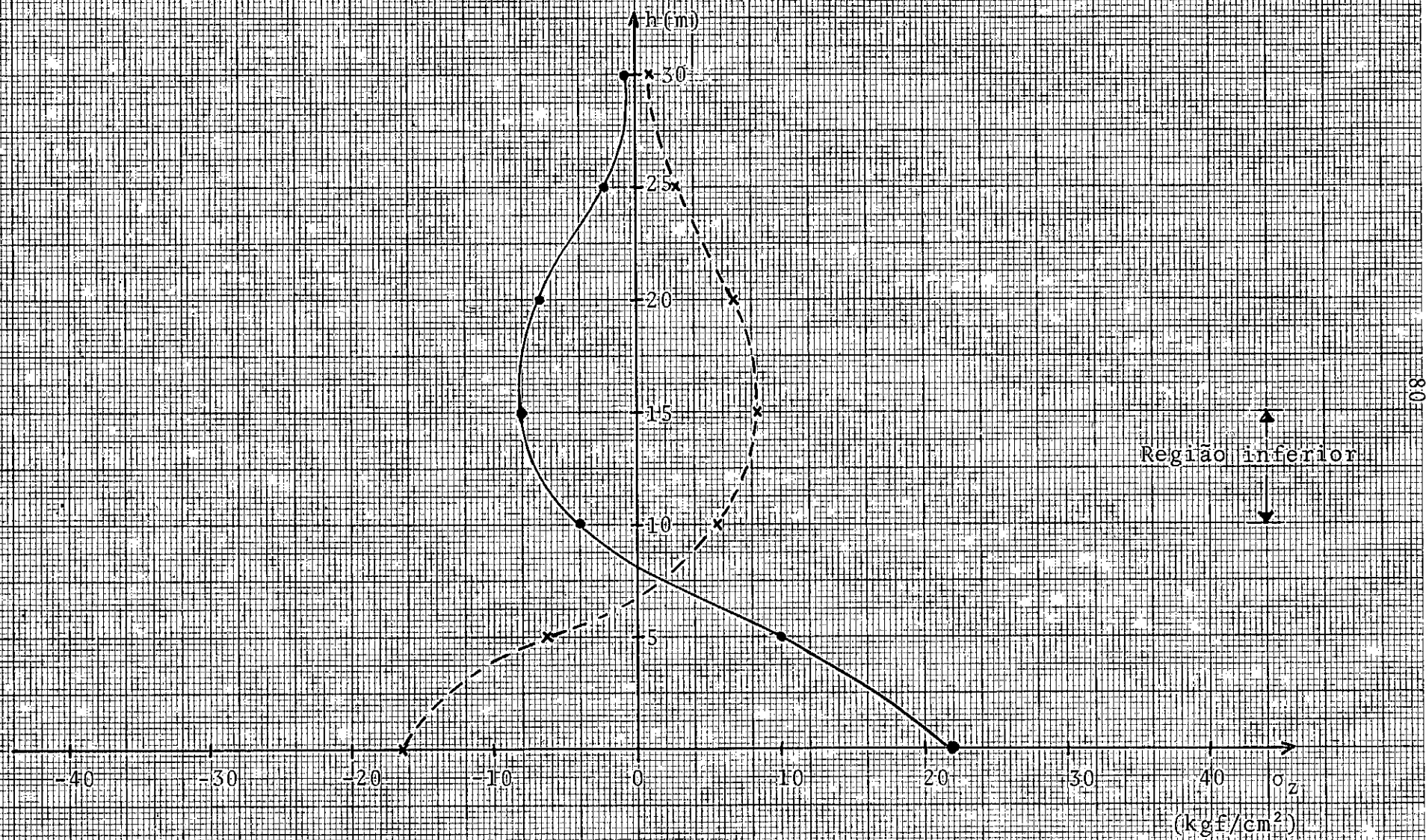


Fig. V.5 - Distribuição das tensões σ_z , na barragem sobre vale rígido, com 2 vertedouros na região inferior

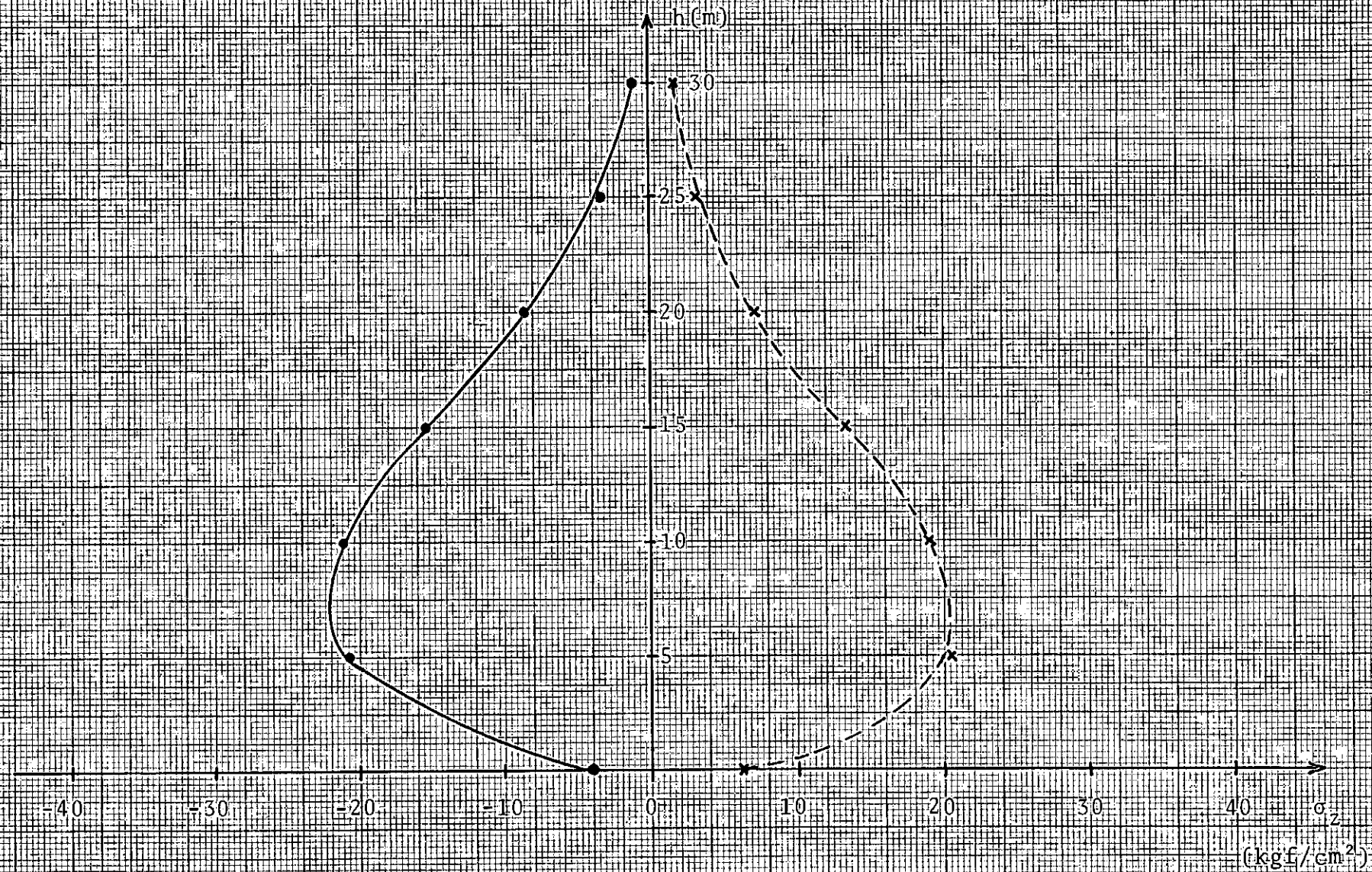


Fig. V.6 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale elástico, sem vertedouro

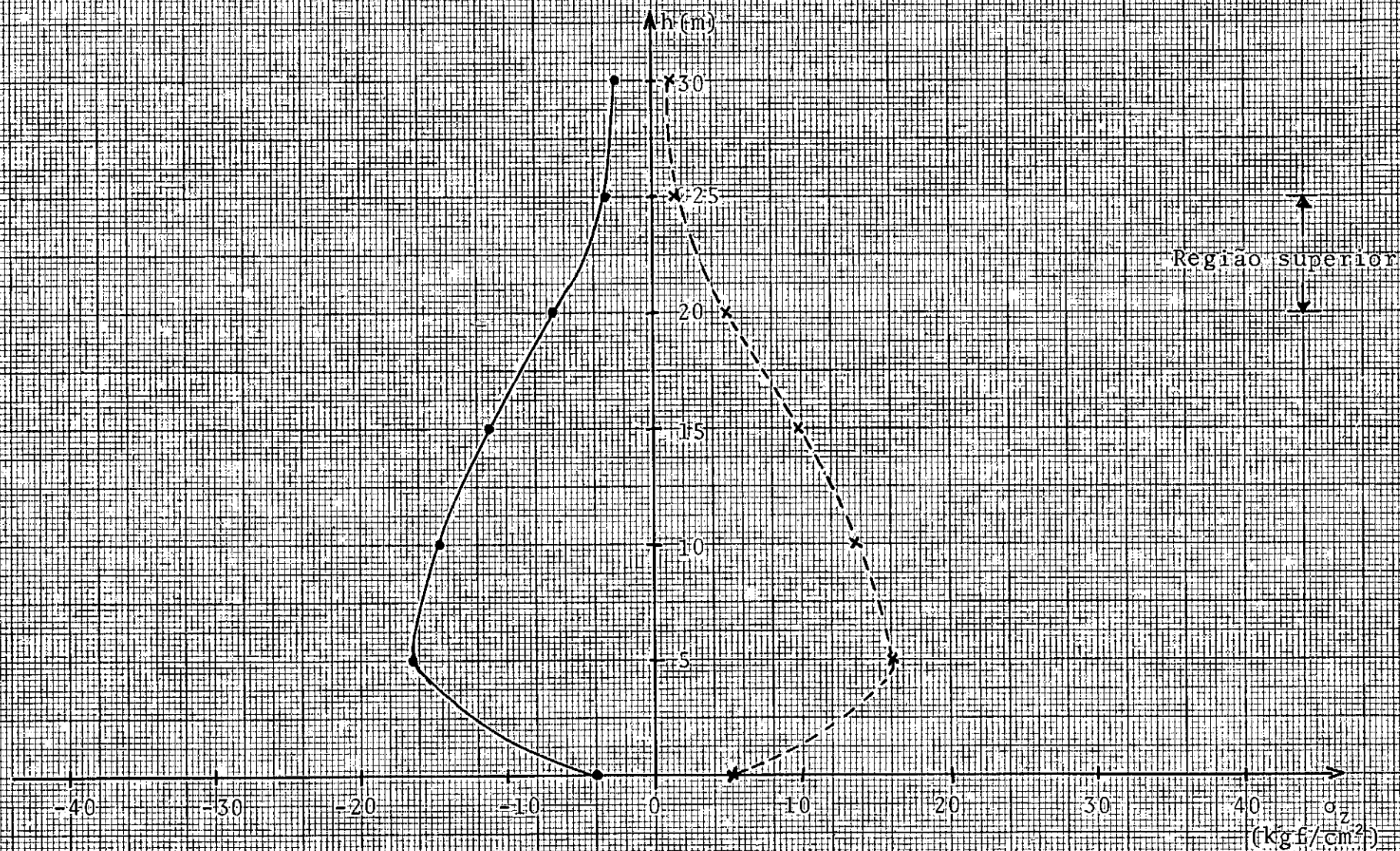


Fig. V.7 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale elástico, com 1 vertedouro na região superior

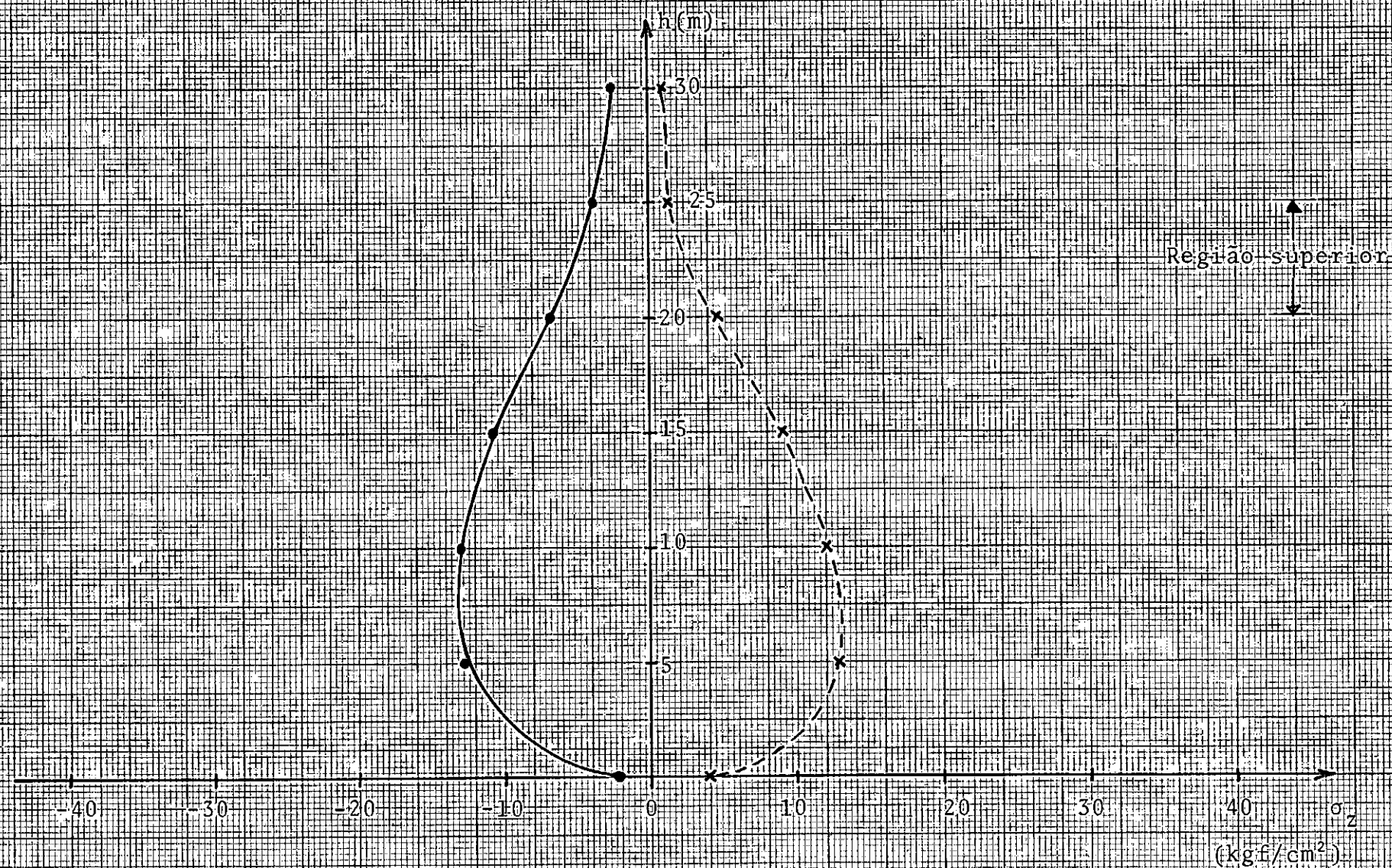


Fig. V.8 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale elástico, com 2 vertedouros na região superior

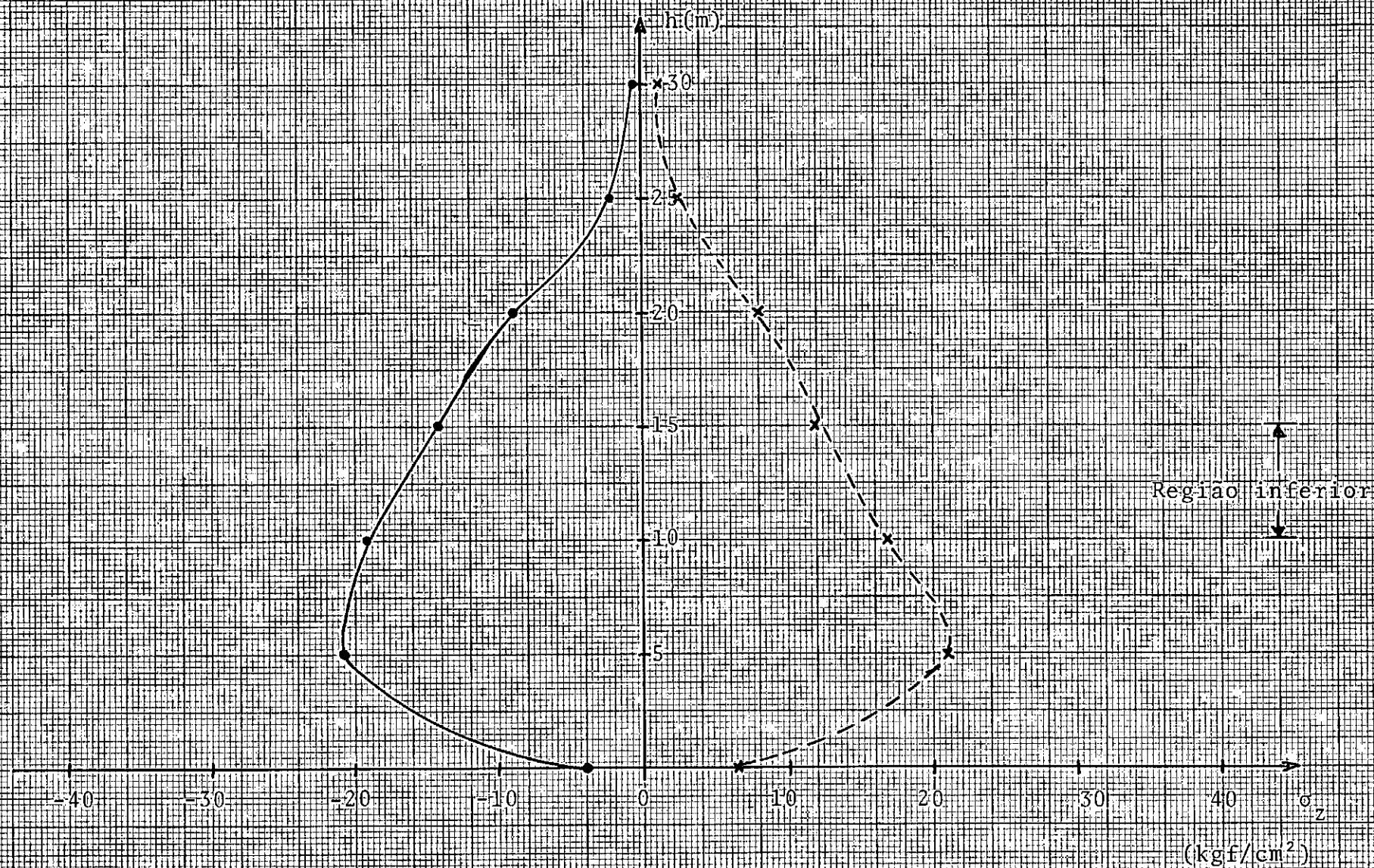


Fig. V.9 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale elástico, com 1 vertedouro na região inferior

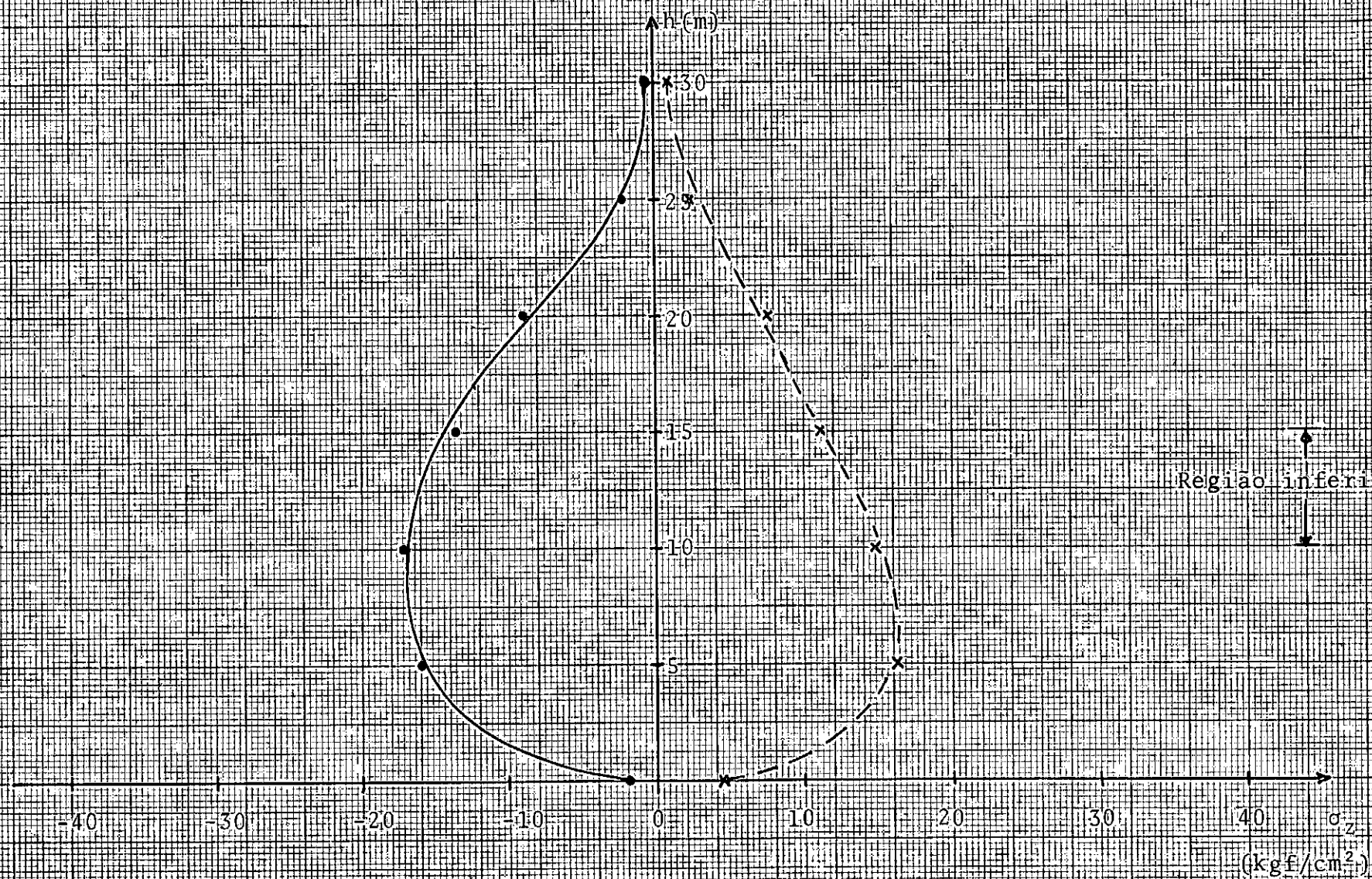


Fig. V.10 - Distribuição das tensões σ_z na barragem sobre vale elástico, com 2 vertedouros na região inferior

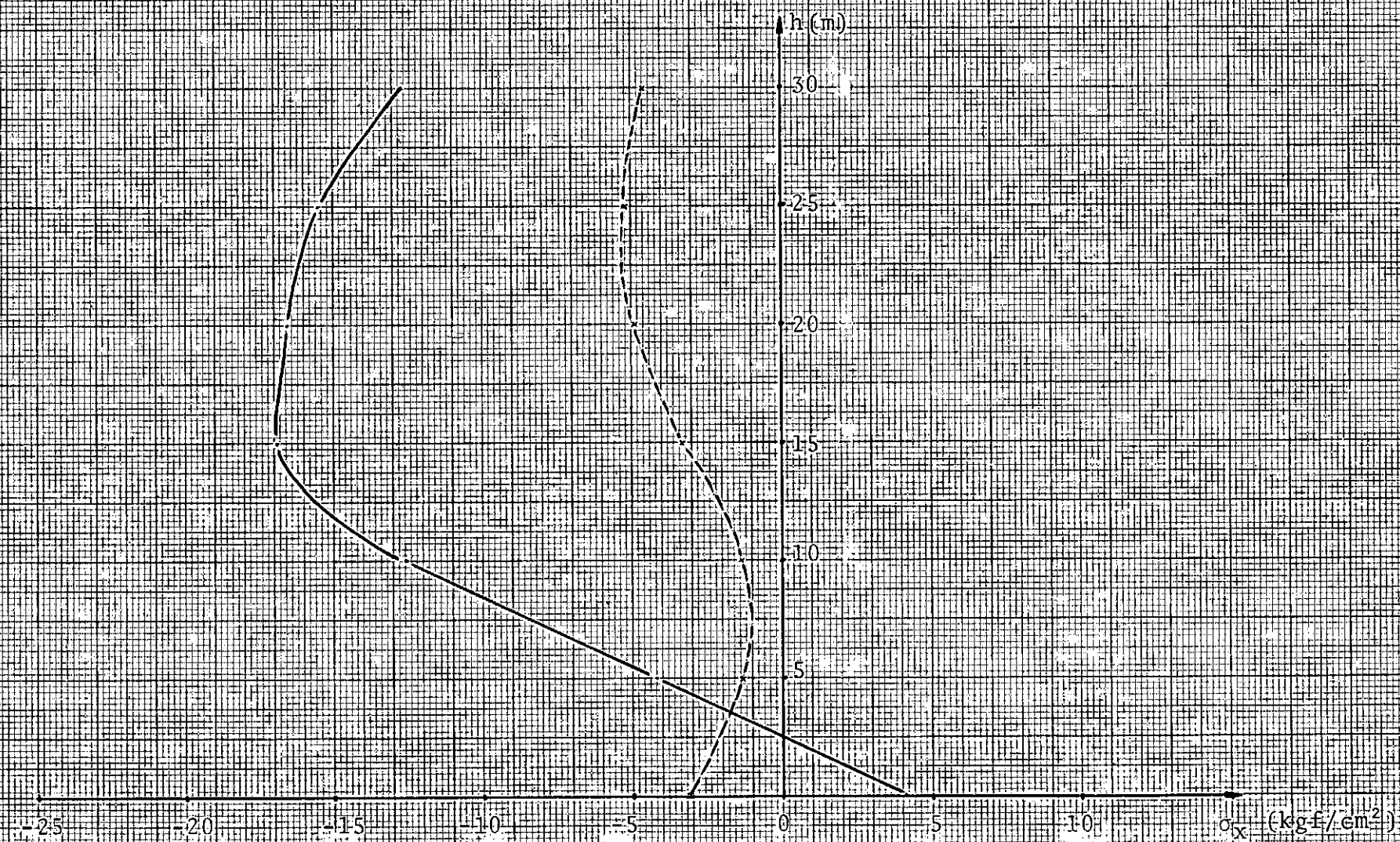


Fig. V.11 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale rígido, sem vertedouros

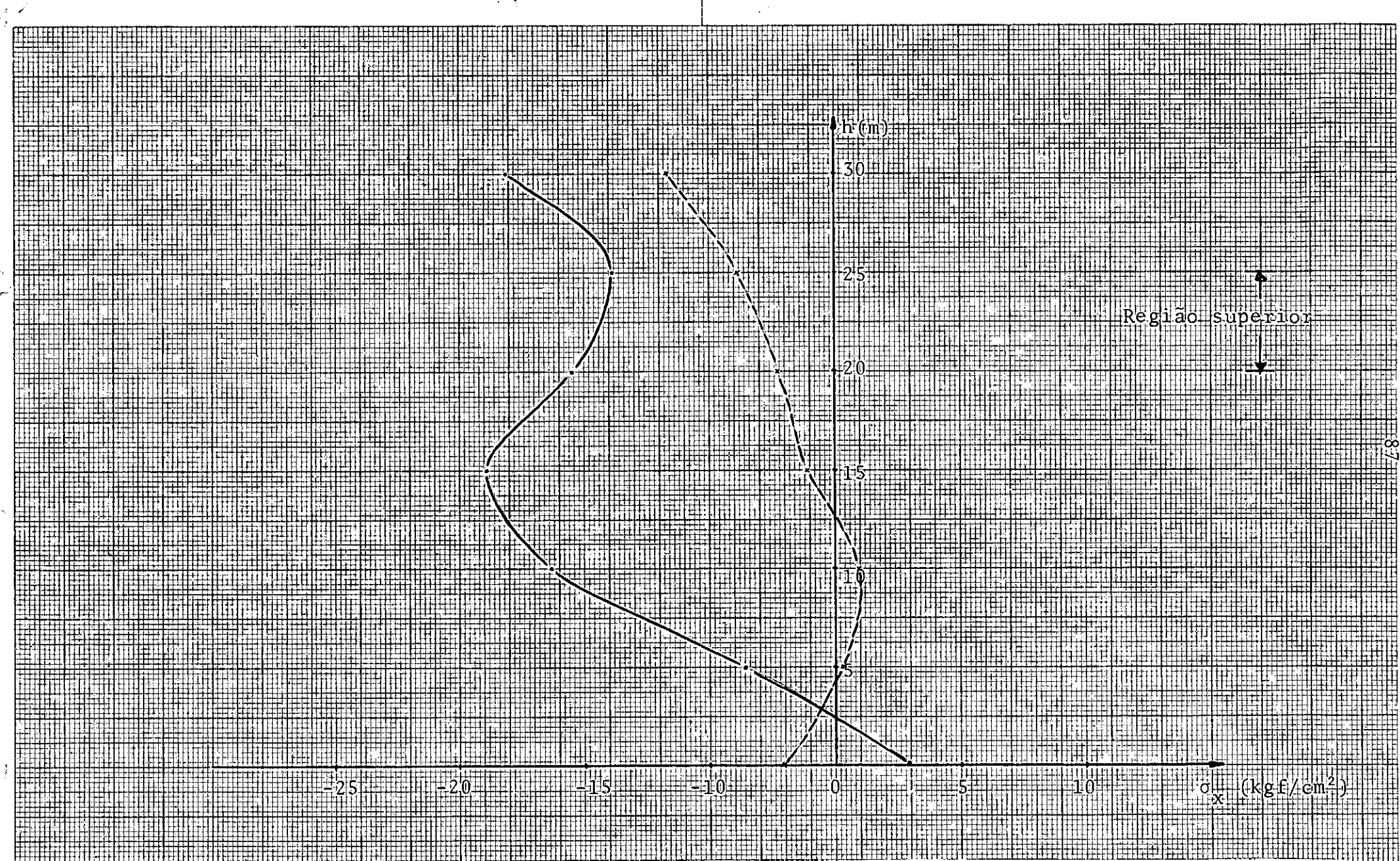


Fig. V.12 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale rígido, com 1 vertedouro na região superior

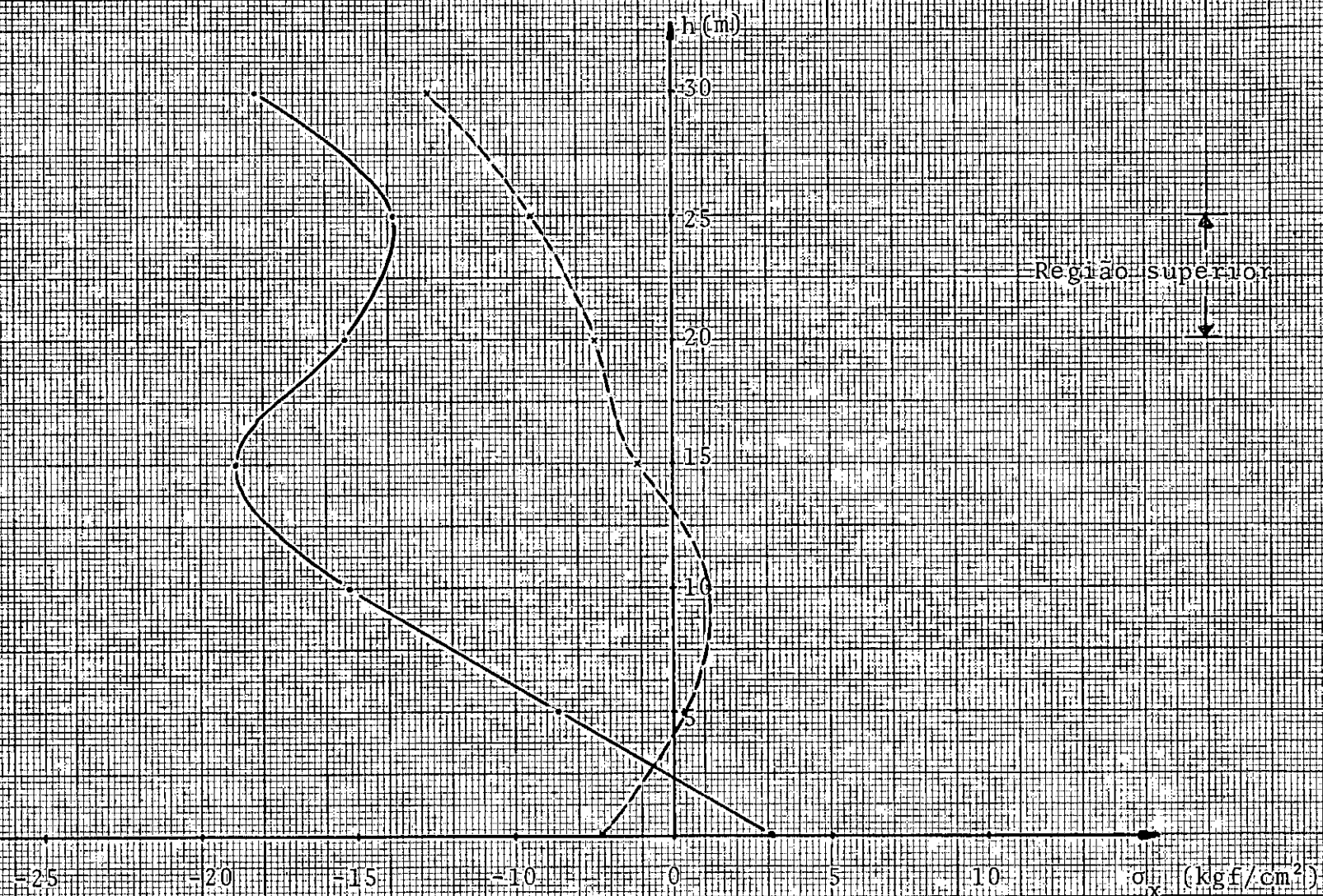


Fig. V.13 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre valê rígido, com 2 vertedouros na região superior

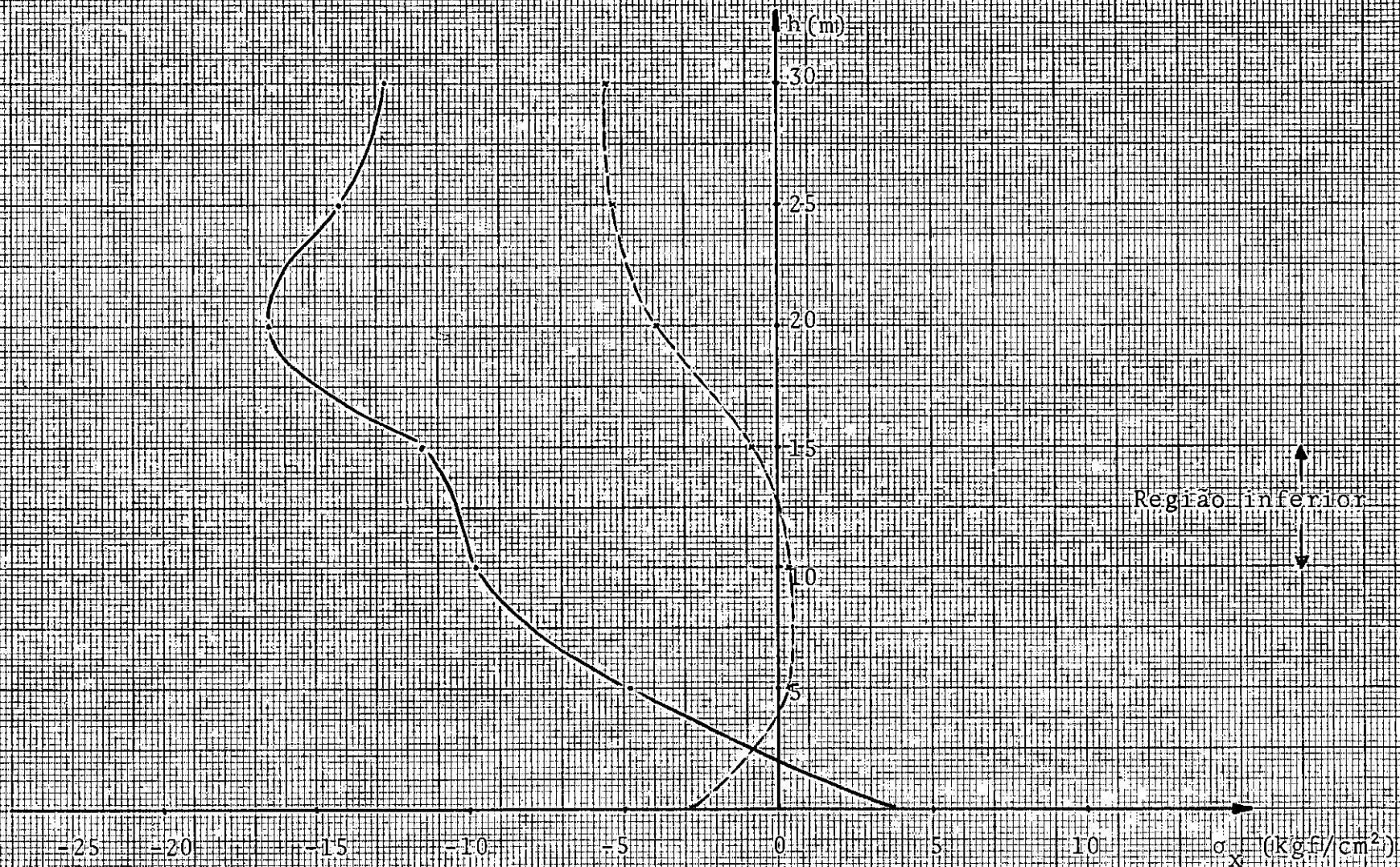


Fig. V.14 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale rígido, com 1 vertedouro na região inferior

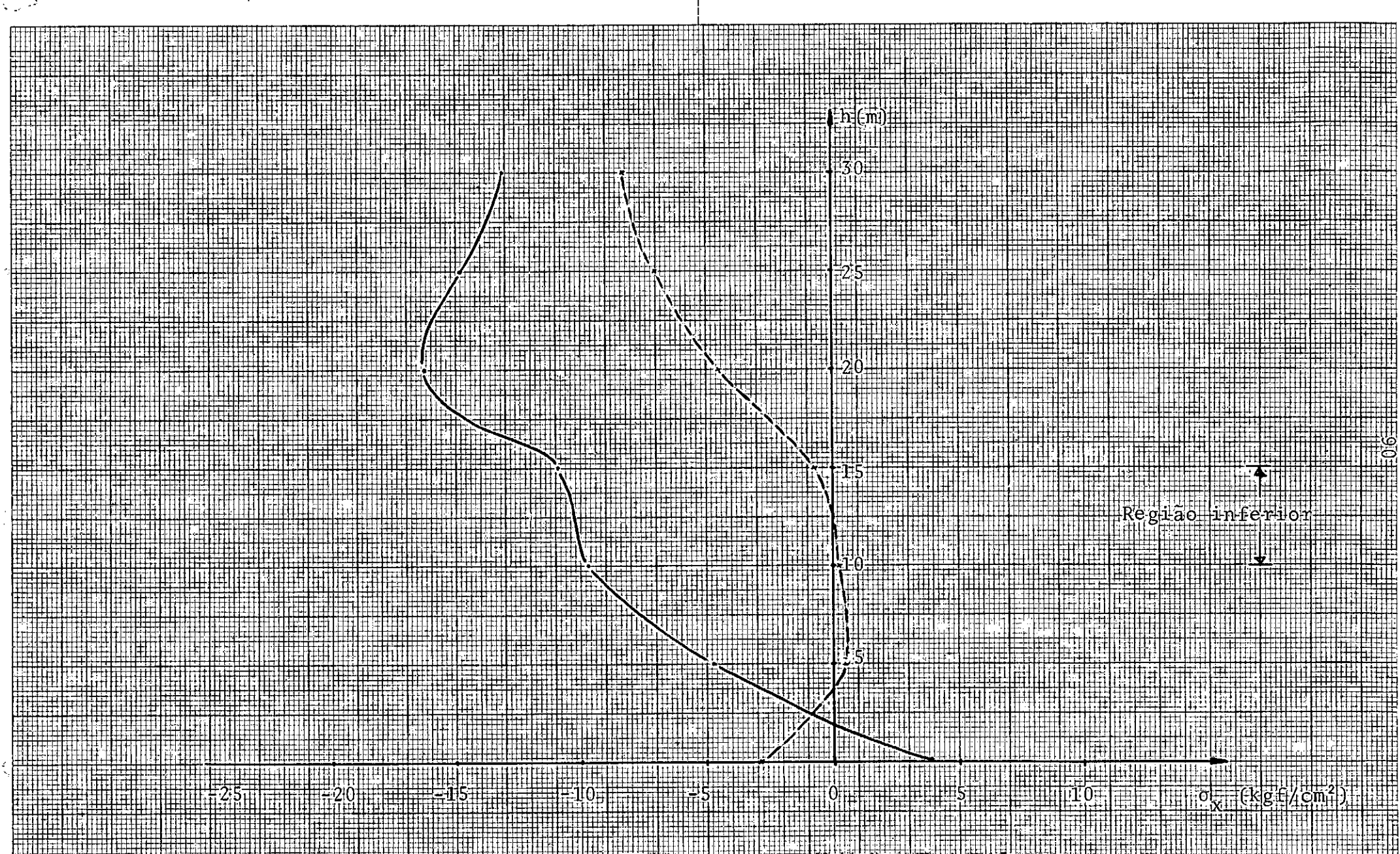


Fig. V.15 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale rígido, com 2 vertedouros na região inferior

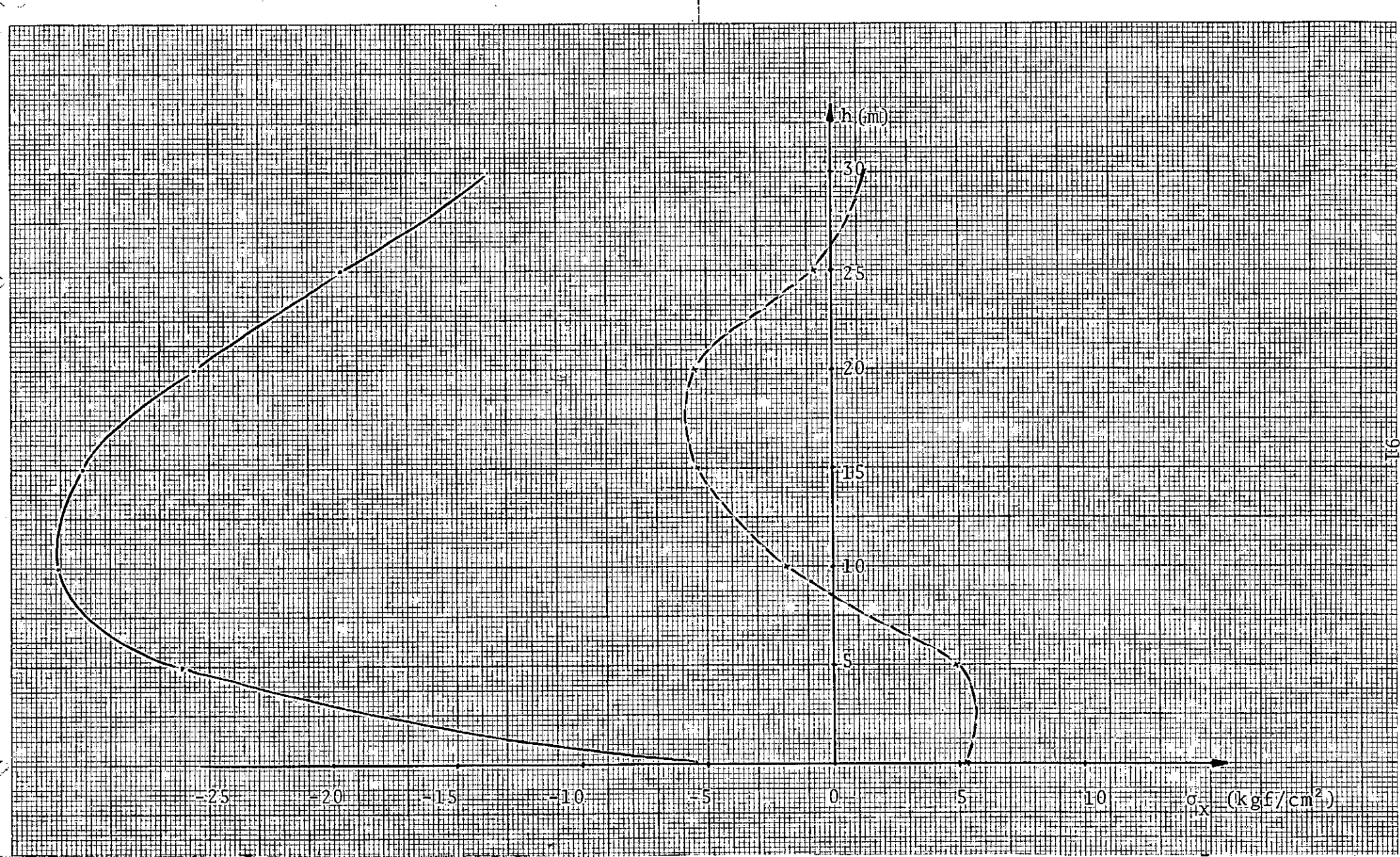


Fig. V.16 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale elástico, sem vertedouro



Fig. V.17 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale elástico, com 1 vertedouro na região superior

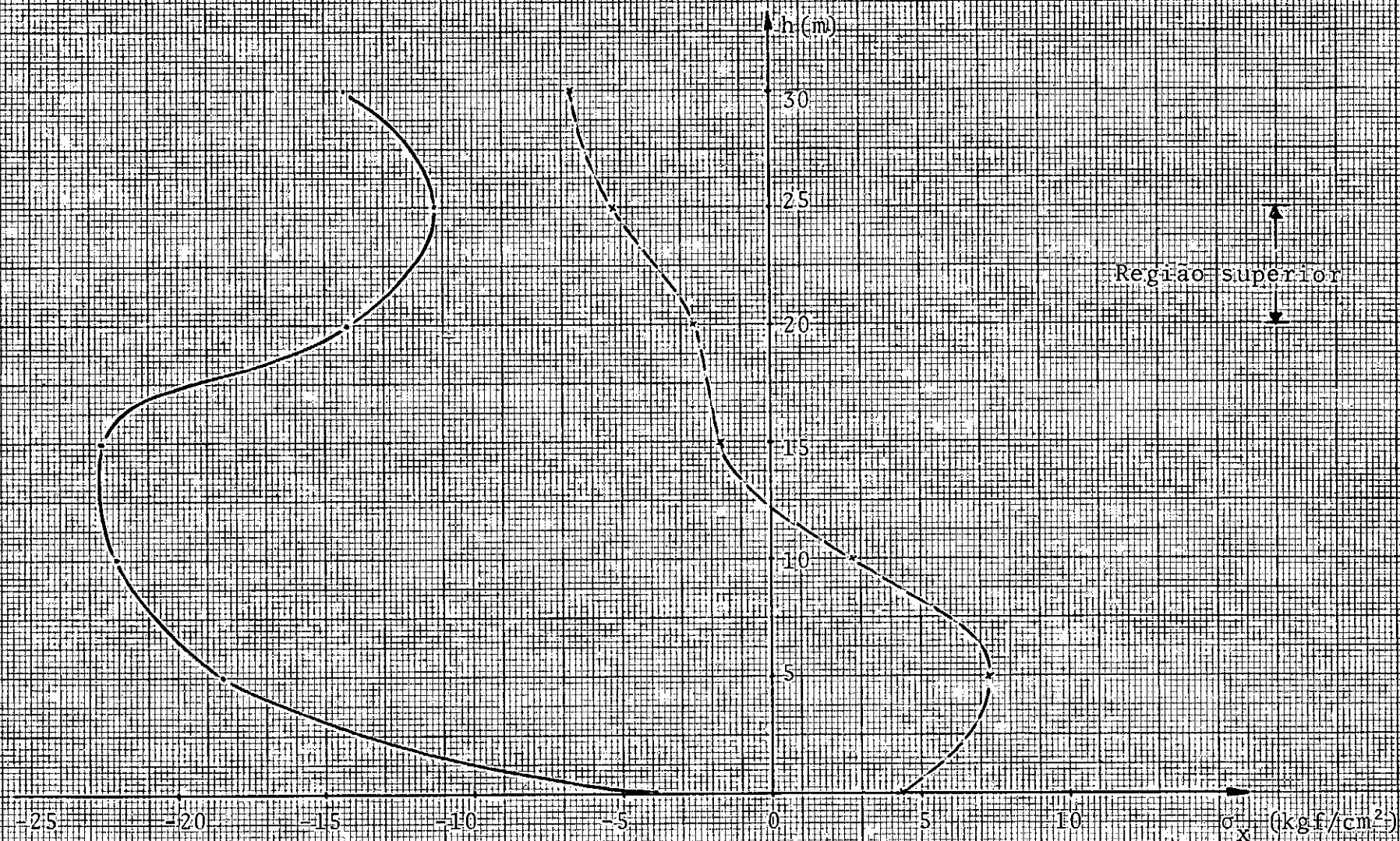


Fig. V.18 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale elástico, com 2 vertedouros na região superior

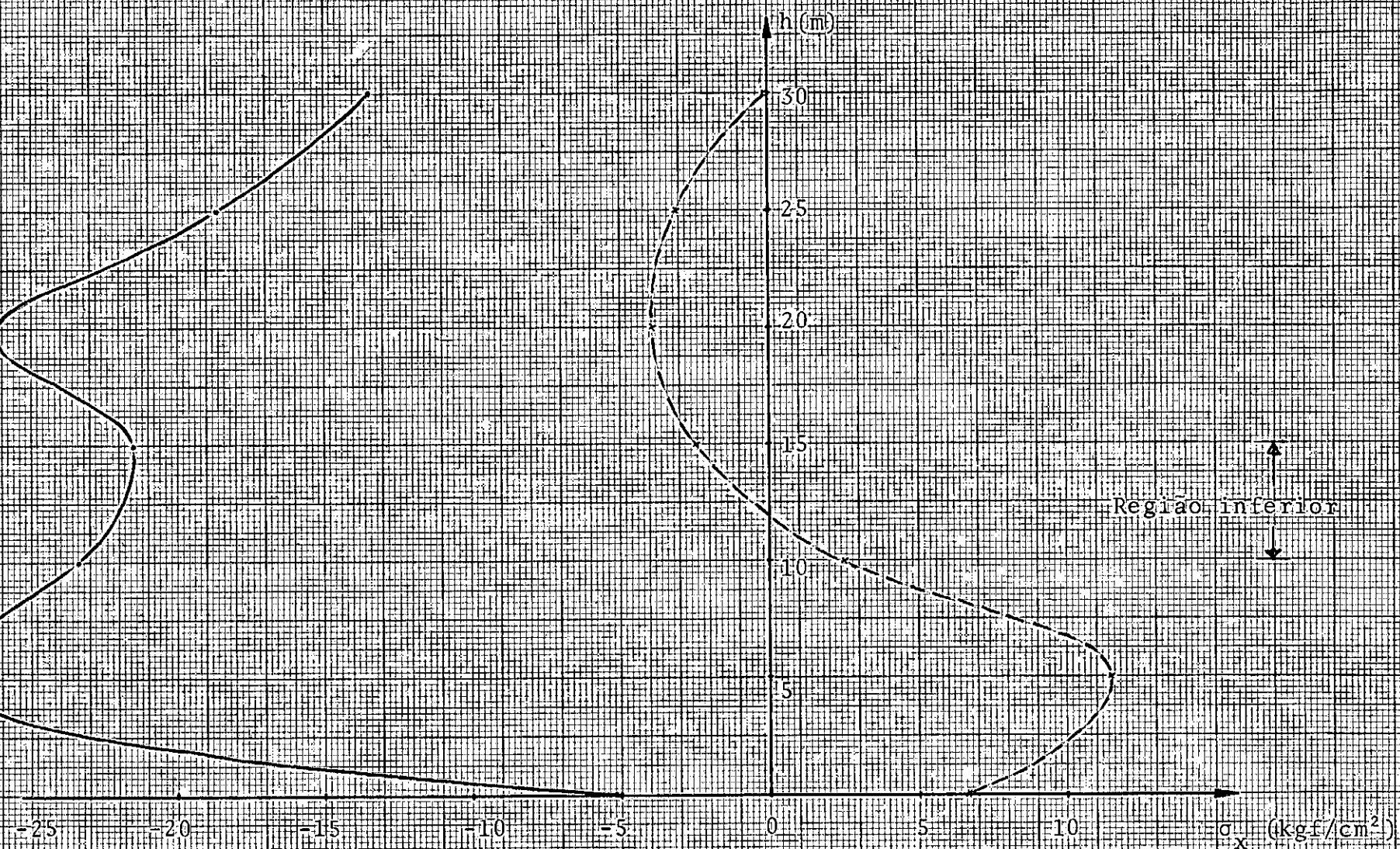


Fig. V.19 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale elástico, com 1 vertedouro na região inferior

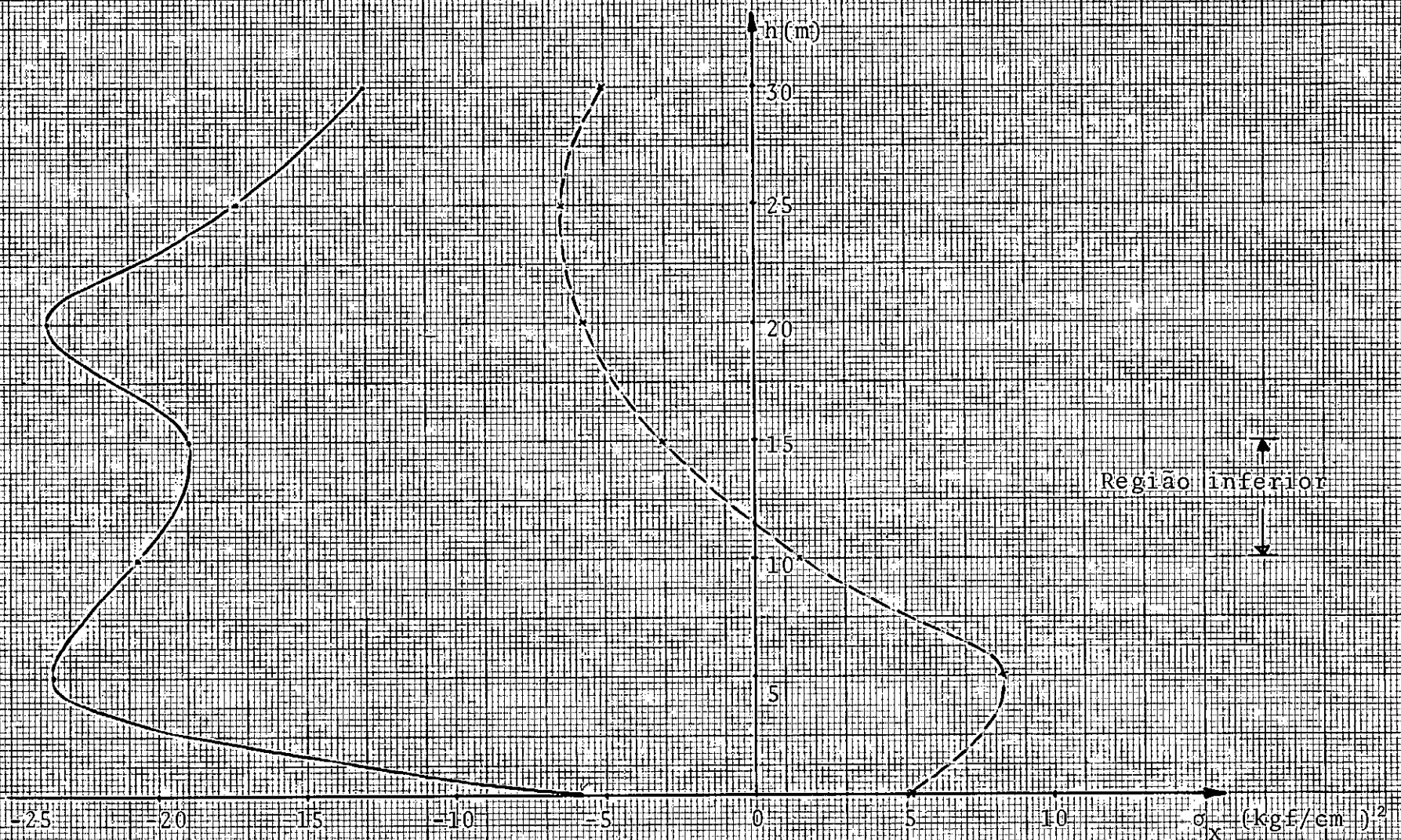


Fig. V.20 - Distribuição das tensões σ_x na barragem sobre vale elástico, com 2 vertedouros na região inferior

V.3 - INTERPRETAÇÕES

Analisando-se os gráficos apresentados no item (V.2) nota-se uma variação significativa do estado de tensões desenvolvido ao longo da seção proposta da barragem. Observando-se inicialmente a figura (V.7.1) de tensões normais verticais, σ_z , verificam-se inflexões nas curvas de tensões das faces de montante e de jusante, e que podem ser explicadas através da linha elástica assumida pela seção. O motivo pelo qual as duas curvas de montante e de jusante não se cruzam sobre o eixo das alturas (Z) é explicado pelo fato de que as inflexões das linhas elásticas não estão à mesma altura, pois a espessura da barragem é de três metros. Para as tensões normais ao plano da seção, σ_x (Figura V.11), as inflexões são provenientes do empenamento das seções vizinhas, pois a estrutura trabalhando como arco não as apresentaria na sua variação de tensões.

Comparando-se os gráficos entre si estabelecem-se relações de vital importância para a conclusão do trabalho. Consideraremos inicialmente as figuras (V.1 até V.10) relativas às tensões normais verticais, para as diversas hipóteses de cálculo.

Para o vale rígido comparando-se a barragem sem vertedouro com o caso de um vertedouro na região superior encontra-se uma variação sensível das tensões em todos os pontos da seção. Ao compararmos com a situação de um vertedouro na posição inferior verificamos que a variação das tensões não assume gran-

de proporção. A variação relativa ao número de vertedouros, na seção adotada, não é significativa, tanto para a posição superior quanto para a inferior, no caso de serem pequenas. Comparações entre as tensões desenvolvidas para vale rígido e elástico apresentam variações sensíveis ao nível das fundações que se amortecem ao longo da seção. Conclusões análogas às anteriores se obtêm para os casos de vale elástico, excetuando-se as relativas ao número de vertedouros, pois para esta hipótese apresentam-se variações relevantes.

Analisando-se os gráficos relativos às tensões normais ao plano da seção, figuras (V.11 até V.20), estabelecem-se as seguintes relações, para vale rígido:

- barragem sem e com vertedouro na região superior: variação sensível das tensões, acentuando-se na posição dos vertedouros;
- barragem sem e com vertedouro na região inferior: pequena alteração nas tensões, aumentando-se consideravelmente na posição dos vertedouros;
- para pequena variação no número de vertedouros: não se apresentam alterações significantes.

Comparando-se as hipóteses de vale elástico com vale rígido nota-se que as tensões apresentam grandes variações, pela deformação das fundações, existindo amortecimentos para as fa

ces de jusante e de montante, mais suaves para a primeira do que para a última.

As alterações entre as hipóteses assumidas para vale elástico são análogas às obtidas para vale rígido.

As interpretações realizadas neste capítulo servem como base para as conclusões que serão obtidas no capítulo seguinte.

CAPÍTULO VI

CONCLUSÕES

Uma observação importante a fazer refere-se a validade dos resultados obtidos. Comparações com trabalhos já realizados mostram a sua forma favorável. Zięnkiewicz, O. C. (8) estudando a barragem do tipo I sobre vale rígido, com elementos tridimensionais isoparamétricos de segunda ordem e malha de 32 elementos, obteve resultados que servem de parâmetros para a análise dos dados calculados. Tratando-se de elementos de primeira ordem, verifica-se que a malha adotada conduz os resultados a uma convergência suficientemente adequada ao objetivo do trabalho.

Verificamos que a presença dos vertedouros na barragem diminui as tensões normais σ_x e σ_z , na seção central. O efeito dos vertedouros acentua-se mais nas tensões σ_x , provocando a sua diminuição de uma forma acentuada na região aonde estão situados. A estas variações de tensões na seção central estão associadas concentrações de tensões nas proximidades dos vertedouros, concluindo-se então que a influência destas nas estruturas das barragens em arco é representada por uma diminuição da sua capacidade de redistribuição de tensão.

Ferreira, M. J. E.², através de ensaios de ruptura por modelos estudou os casos das barragens de Mossyrock e Cabora Bassa. A primeira apresenta vertedouro na região superior e a segunda na região inferior. Para os testes de ruptura ambas

demonstraram diminuição da capacidade de redistribuição das tensões, chegando desta forma a conclusões semelhantes às obtidas no presente trabalho.

Observando-se as variações com relação à posição dos vertedouros pode-se concluir que, os mesmos na posição inferior fornecem uma melhor distribuição de tensões do que quando eles se encontram na posição superior. Com relação ao número de vertedouros a variação medida não é significativa. Podemos concluir que para pequenas variações do número de vertedouros a situação da barragem não se alterará, sendo importante ressaltar que para um número maior a situação mudará.

Para vales elásticos observamos que a deformabilidade das fundações apresenta um gradiente de tensões que se amortecem ao longo da barragem. Este gradiente acentua-se com a relação do módulo de elasticidade do concreto e do módulo de elasticidade das fundações E_c/E_f . Para pequenos valores desta relação o efeito da deformabilidade do solo será menor do que o efeito calculado neste trabalho com o valor da relação, E_c/E_f , igual a dez.

Finalizando, recomenda-se para os próximos estudos a análise dos outros tipos de barragens-casca, a análise dinâmica do vertedor e o estudo dos outros tipos de vertedouros, complementados por análise em modelos, que não é muito desenvolvido no Brasil

BIBLIOGRAFIA

- | ¹ | A. S. C. E. - "Committee on Hydrometeorology - Hydraulics Division, Interim Report of Task Committee on Reevaluation of the Adequacy of Spillways of Existing Dams", Proc. A.S.C.E., 99, No. HY2, Feb. 1973.

- | ² | Cruz Azevedo, M.; Esteves Ferreira, M. J. e Pereira da Costa, C. A. - "Influence of the Spillways on the Safety of Arch Dams", LNEC, Memória nº 524, 1979.

- | ³ | Rocha, M. and Serafim, J. L. - "Rupture Studies on Arch Dams by Means of Models", 6th Congress on Large Dams, New York, 1958; Water Power, Março/Abril 1961.

- | ⁴ | Rocha, M.; Silveira, A. F.; Azevedo, M. C., and Ferreira, M. J. E. - "The Use of Model Tests on Determination of the Safety factor in Arch Dams", Water Power 121, nº 12, December 1969, Memória nº 443, LNEC.

- | ⁵ | Ferreira, M. J. E. - "Comportamento até a Ruptura de Modelos de Barragens Abóbada", LNEC, Fevereiro 1964.

- | ⁶ | Serafim, J. L. - "Uma Nova Formulação do Método dos Arcos e Consoles", LNEC, Lisboa.

- | ⁷ | ABSI - "La Thorie des Equivalences - Applications on Calcul de Structures", CEBTP - Paris, 1976.

- | ⁸ | Zienkiewicz, O. C.; Irons, B. M.; Ergatoudis, J. - "Three Dimensional Analysis of Arch Dams and Their Foundations", Proc. of the Symposium Held at the Institution of Civil Engineers, 20-21, March 1968, London.

- | ⁹ | Holand, I. - Discussion of Session 1, Proc. of the Symposium Held at the Institution of Civil Engineers, 29-21 March, 1968, London.

- | ¹⁰ | "Finite Element Methods in Analysis and Design of Dams", Comitê Internacional de Grandes Barragens, Paris, 1979.

- | ¹¹ | Raphael, J.; Clough, R. W. - "Construction Stresses in Dworshak Dam", Report n° 65-3, Dep. of Civil Eng., University of California, Berkeley, 1965.

- | ¹² | Laginha, J. L.; Costa, J. P. - "Métodos e Materiais para o Estudo, em Modelos, das tensões Devidas ao peso próprio em barragens", LNEC, Memória n° 154, 1960.

- | ¹³ | Laginha, J. L. - "Stresses in Arch Dams Due to Their Mass", Theory of Arch Dams, Ed. J. R. Rydzewski, Pergamon Press, 1964.

- | ¹⁴ | Terzaghi, K. - "Theoretical Soil Mechanics", John Wiley, 1965.

- |¹⁵| Ferreira da Silveira, A. - "O Comportamento Térmico de Barragens de Betão", LNEC, 1958.
- |¹⁶| Oliveira Pedro, J. - "Cálculo de Estruturas Laminares e Maciças", LNEC, 1971.
- |¹⁷| Oliveira, Pedro, J. - "Dimensionamento das Barragens abóbada pelo Método dos Elementos Finitos", LNEC, 1977.
- |¹⁸| Rocha, M. - "The Physical Problem of the Arch Dam", Theory of Arch Dams, Ed. J. R. Rydzewski, Pergamon Press, 1965.
- |¹⁹| Flügge, W. - "Stresses in Shells", 1973.
- |²⁰| Ferrante, A. J.; Franco, J. S. G.; Santos, M. I. G. - "El Lenguaje Orientado Loran Linear", Simpósio Sobre Sistemas Computacionais para Engenharia Civil, COPPE-UFRJ, 1977.
- |²¹| Ferrante, A. J.; Brebbia, C. A. - "The Finite Element Technique", UFRGS, 1975.
- |²²| Gallagher, R. H. - "Finite Element Analysis", Prentice-Hall, 1975.
- |²³| Huebner, K. H. - "The Finite Element Method for Engineers", John Wiley, 1976.

- |²⁴| Thomas, H. H. - "The Engineering of Large Dams", John Wiley, 1976.
- |²⁵| Lane, R. G. T.; Serafim, J. L. - "The Structural Design of Tang-E-Soleyman Dam", LNEC 1963.
- |²⁶| Rocha, M.; Serafim, J. L. - "Determinação de Tensões de Origem Térmica de Barragens - Abóbada por Meio de Modelos", LNEC, 1960.
- |²⁷| Oliveira Pedro, J.; Florentino, C. A.; Silva Gomes, A. F. - "Observation Methods for Controlling the Safety and Deterioration of Concrete Dams", LNEC, 1981.
- |²⁸| Florentino, C. A.; Barroso, M.; Alves, A. V, - "Tests for Stress Measurements from Outer Faces of a Buttress Dam", LNEC, 1981.
- |²⁹| Seragim, J. L.; Rodrigues, J. C. - "Improvements on the Safety of Foundations of Concrete Dams", Nineth Congress on Large Dams, Istambul, 1967.
- |³⁰| Rocha, M; Silveira, A. F.; Azevedo, M. C. C. - "Note on Some Comparisons Between Experimental and Analytical Values of the Stresses and Displacements of Concrete Dams", LNEC, 1964.

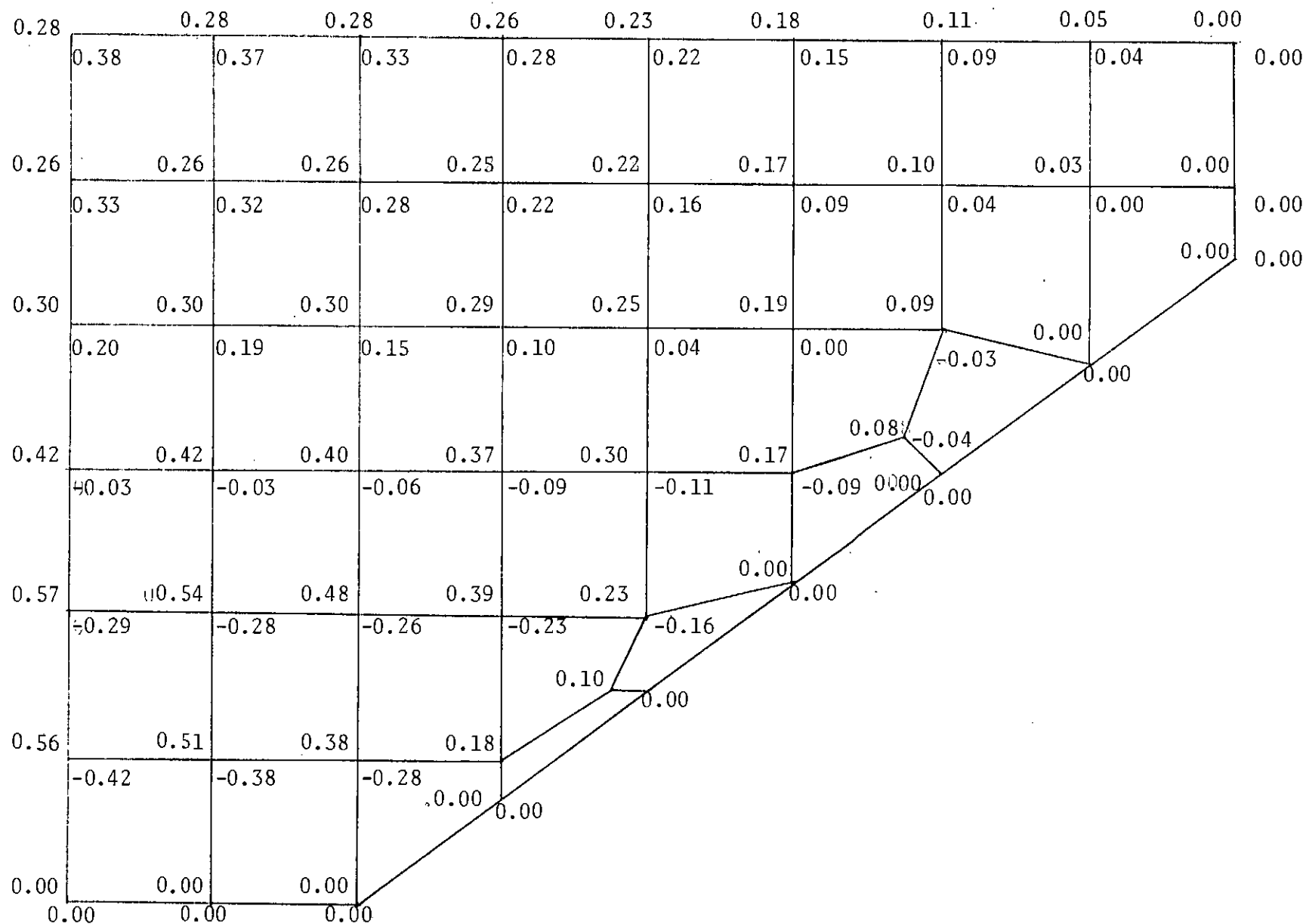
- |³¹| Rocha, M.; Serafim, J. L.; Fernandes, A. J. - "Experimental Studies of Multiple Arch Dams", LNEC, 1963.
- |³²| Rocha, M.; Serafim, J. L.; Silveira, A. F.; Neto, Jr. - "Estudos Sobre Modelos, Cálculos e Observação de uma Barragem Abóbada", LNEC, 1958.
- |³³| Gomes, P. A. - "Uma Contribuição a Teoria das Estruturas Laminadas de Superfície", Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, 1977.
- |³⁴| Timoshenko, S.; Woinowsky-Krieger, S. - "Theory of Plates and Shells", McGraw-Hill, New York, 1959.

ANEXO I

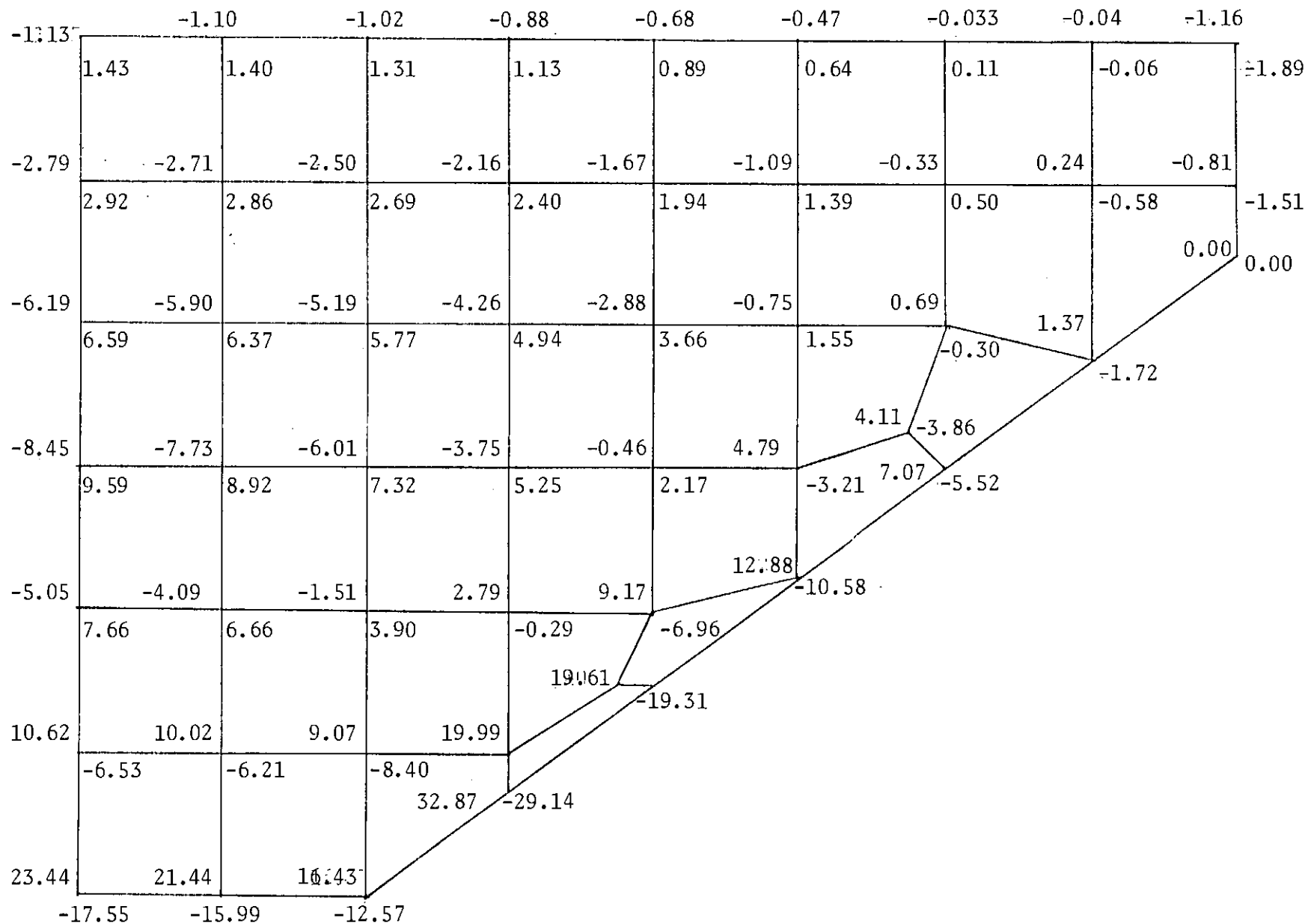
Neste anexo apresentam-se os principais resultados relativos às figuras do capítulo V, demais resultados, encontram-se nas listagens do cálculo automático.

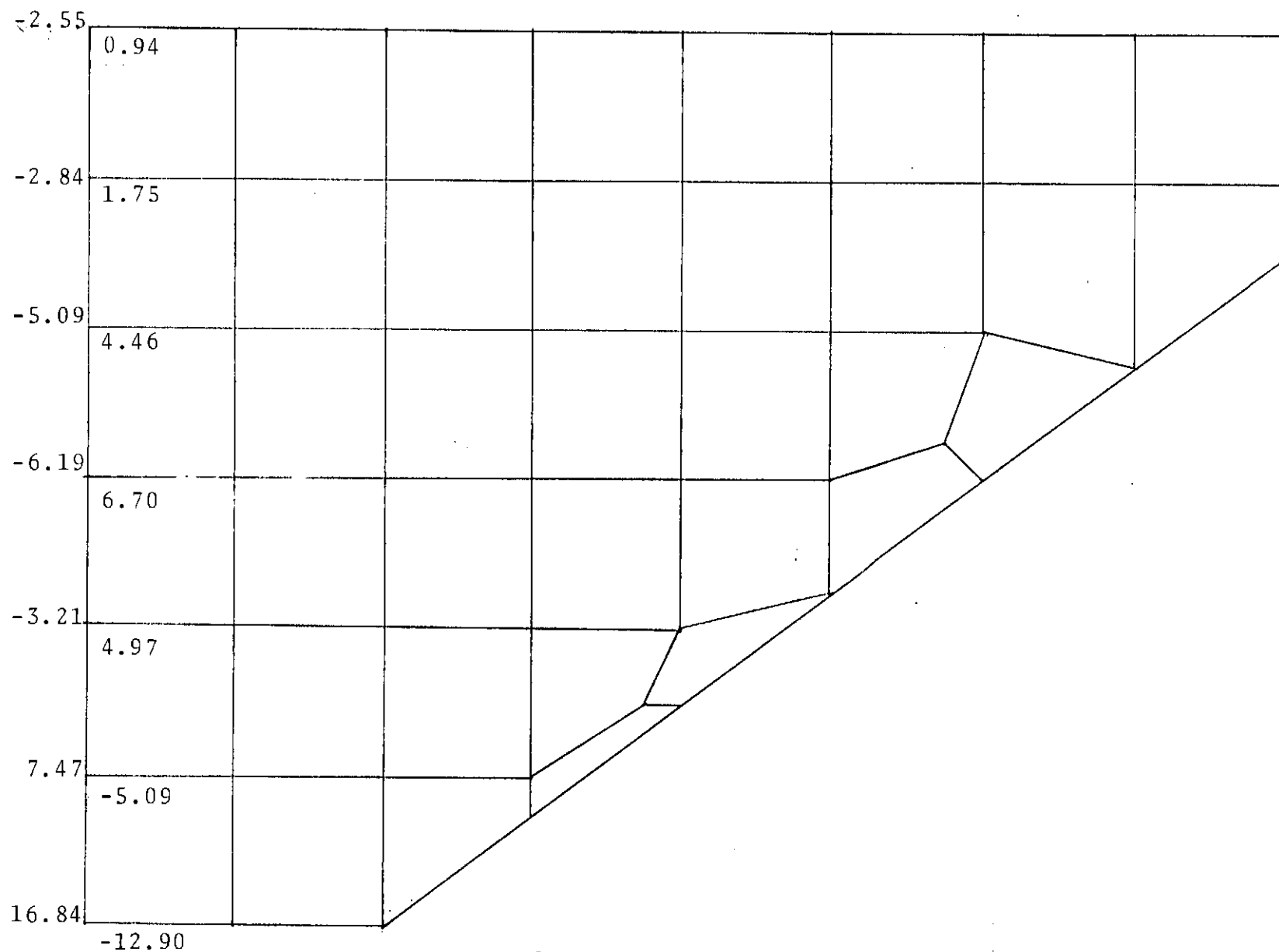
Para a representação dos resultados a seguir adotou-se a seguinte convenção:

face de montante		
<hr/>		face de jusante

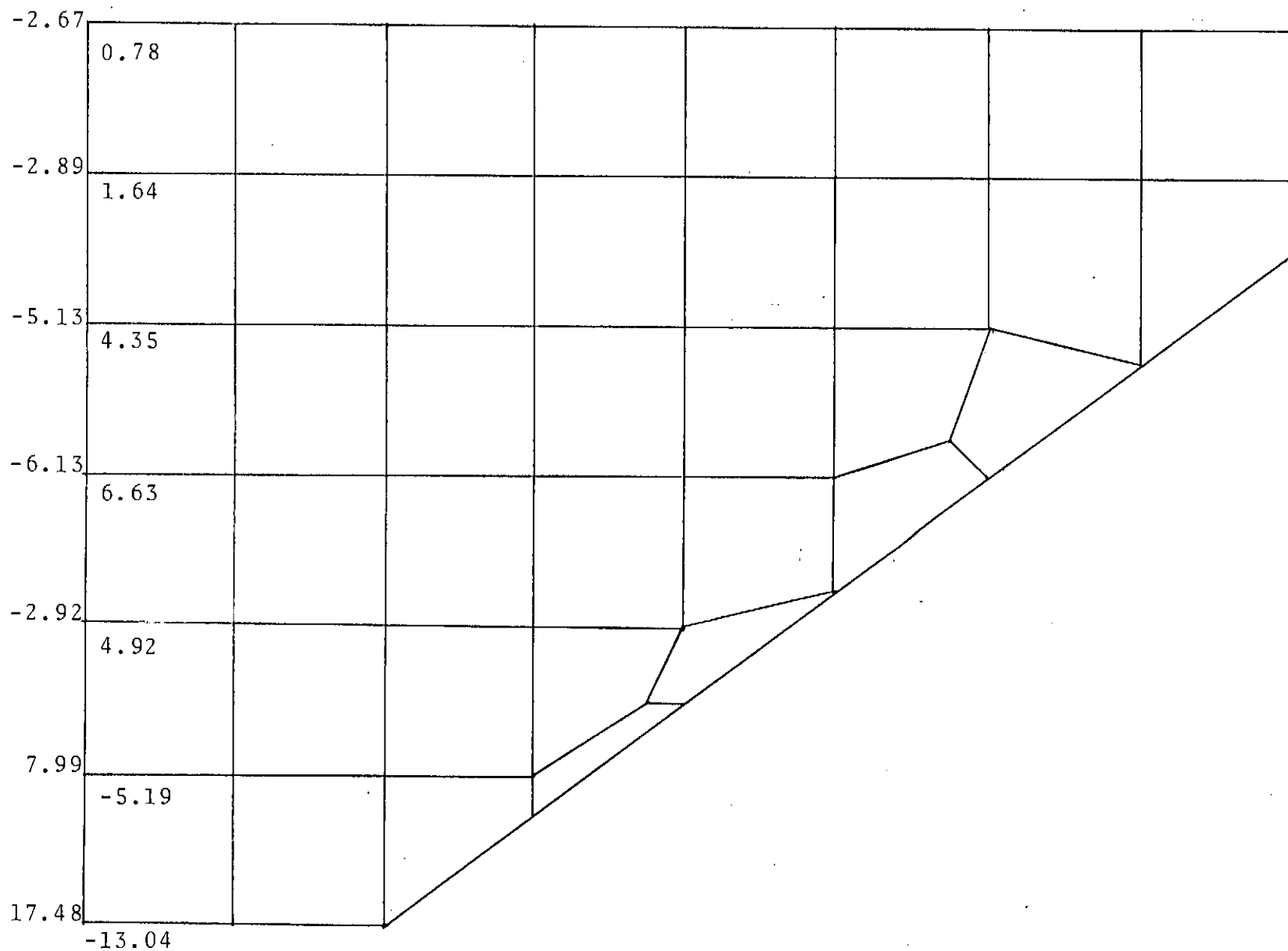


Deslocamentos direção Z (mm) - sem vertedouro, vale rígido

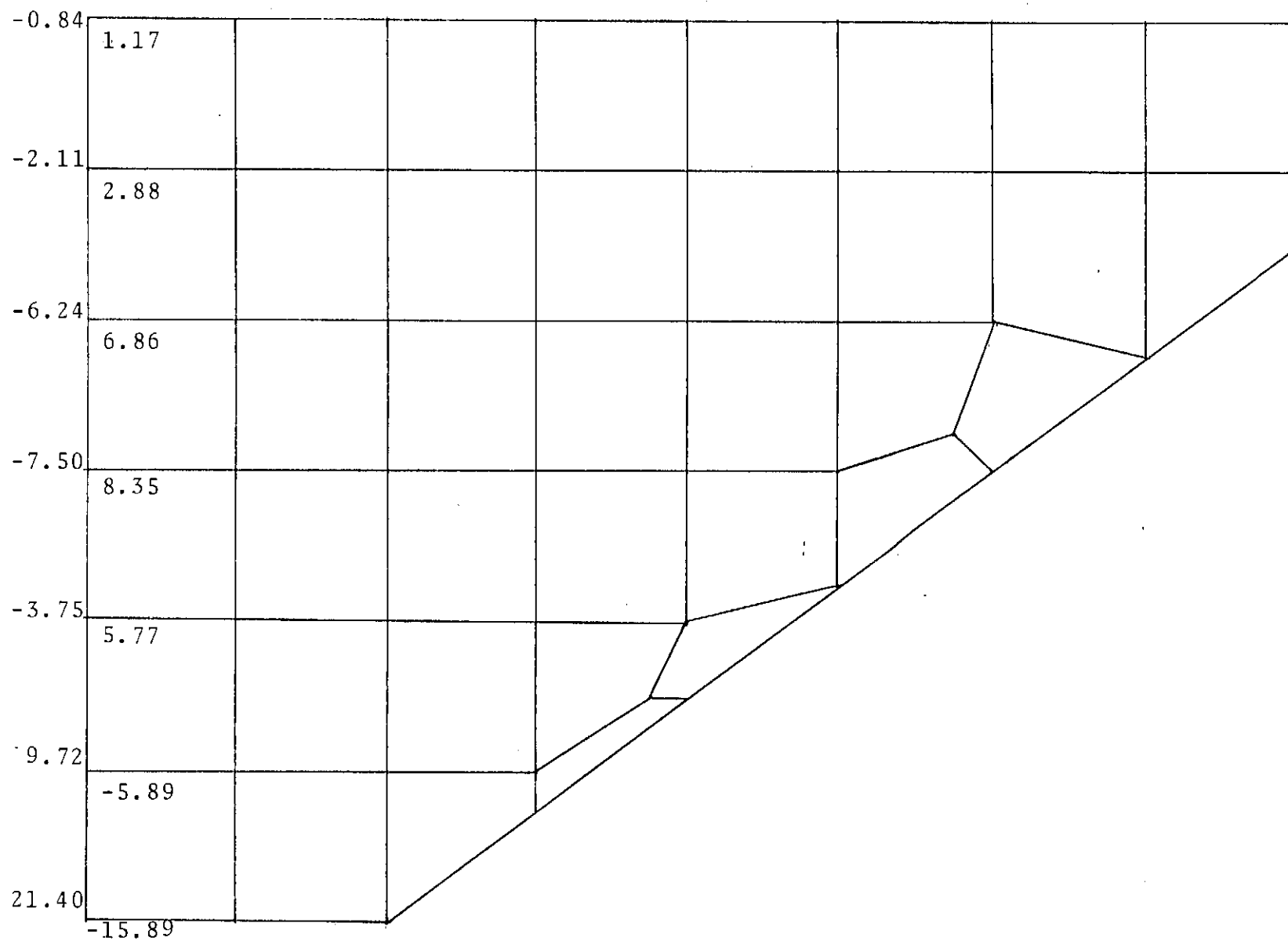




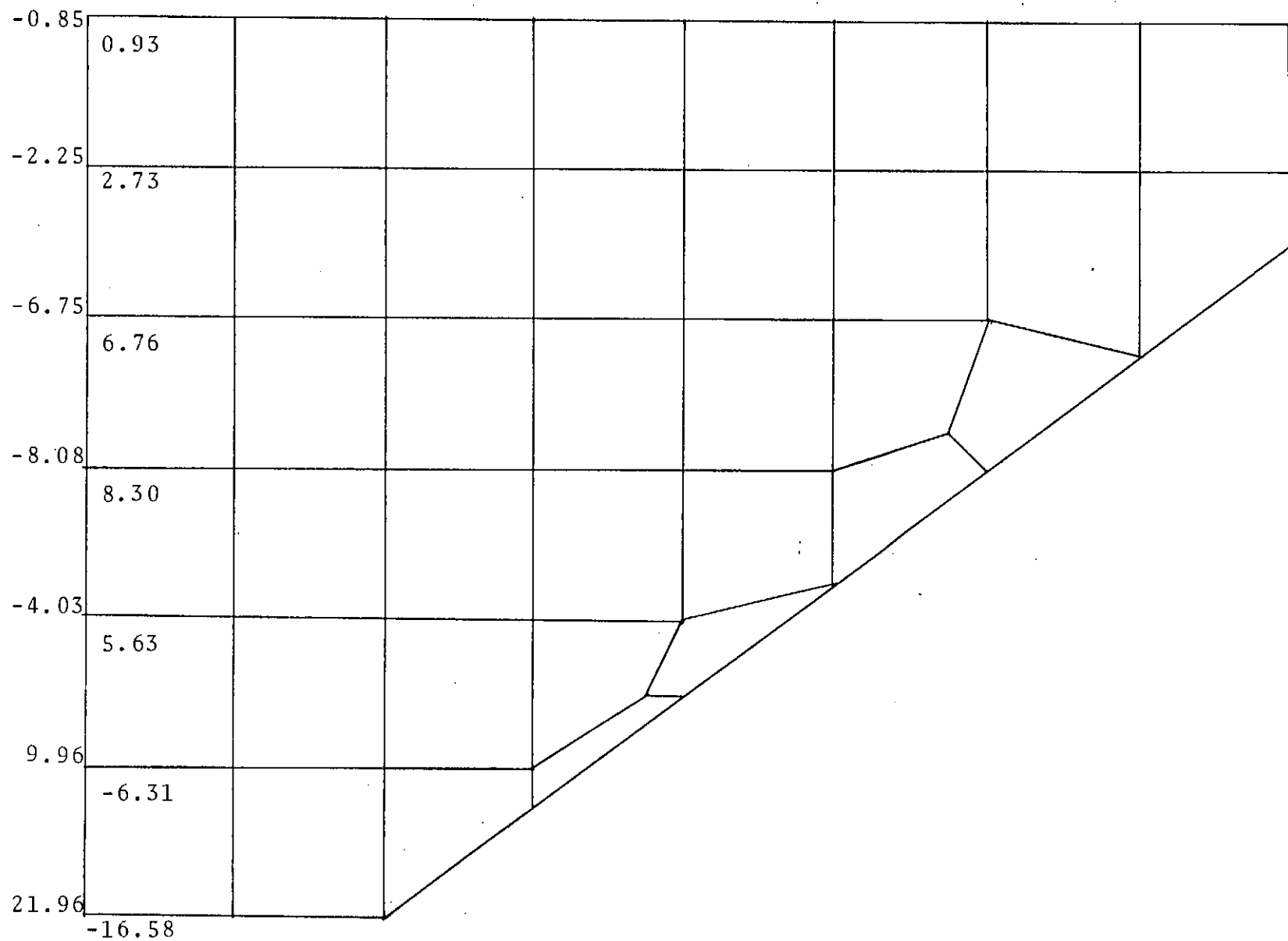
Tensões normais na direção σ_z (kg/cm²) - com um vertedouro na região superior, vale rígido



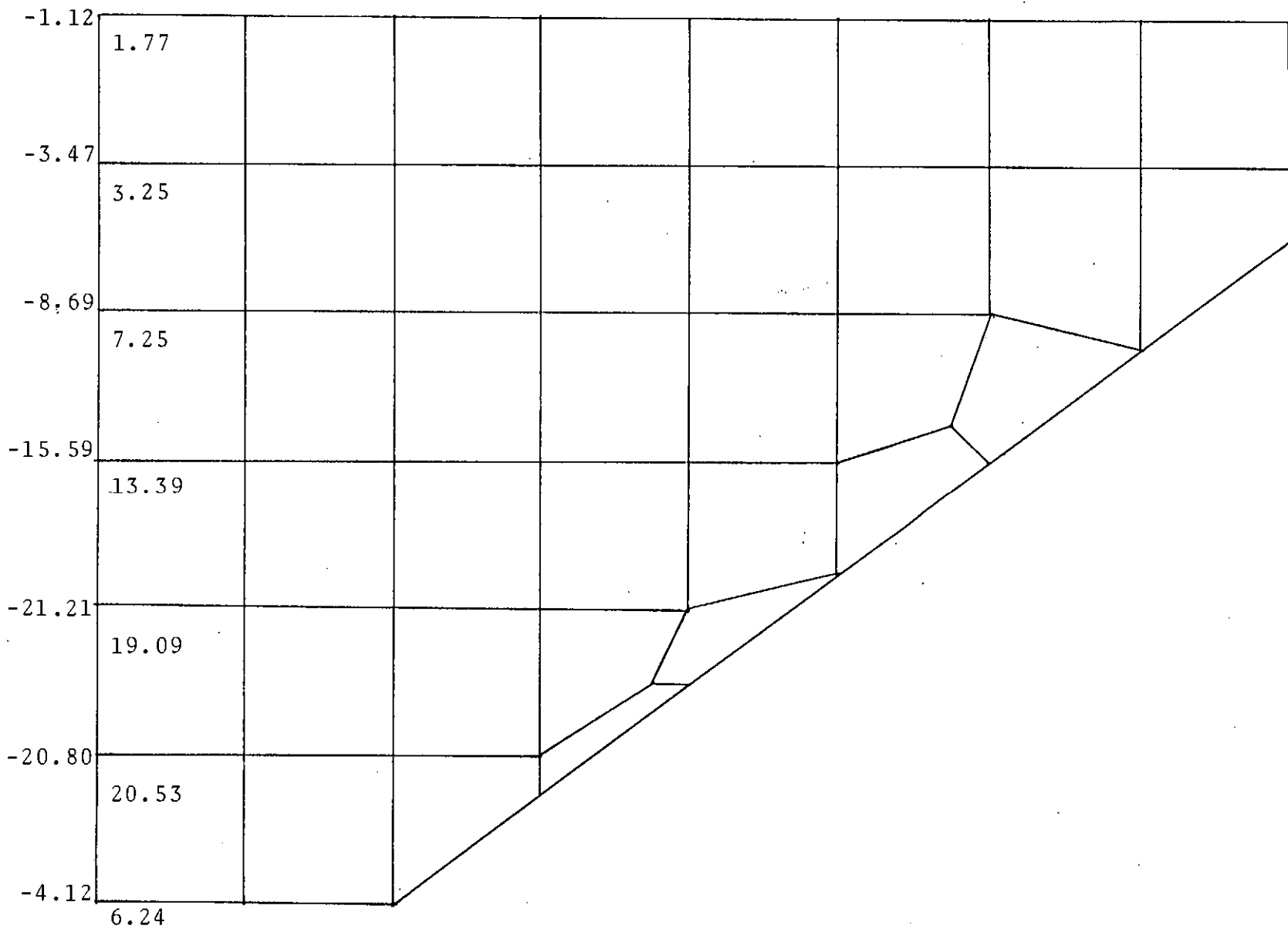
Tensões normais na direção Z (kg/cm^2) - com dois vertedouros superiores, vale rígido



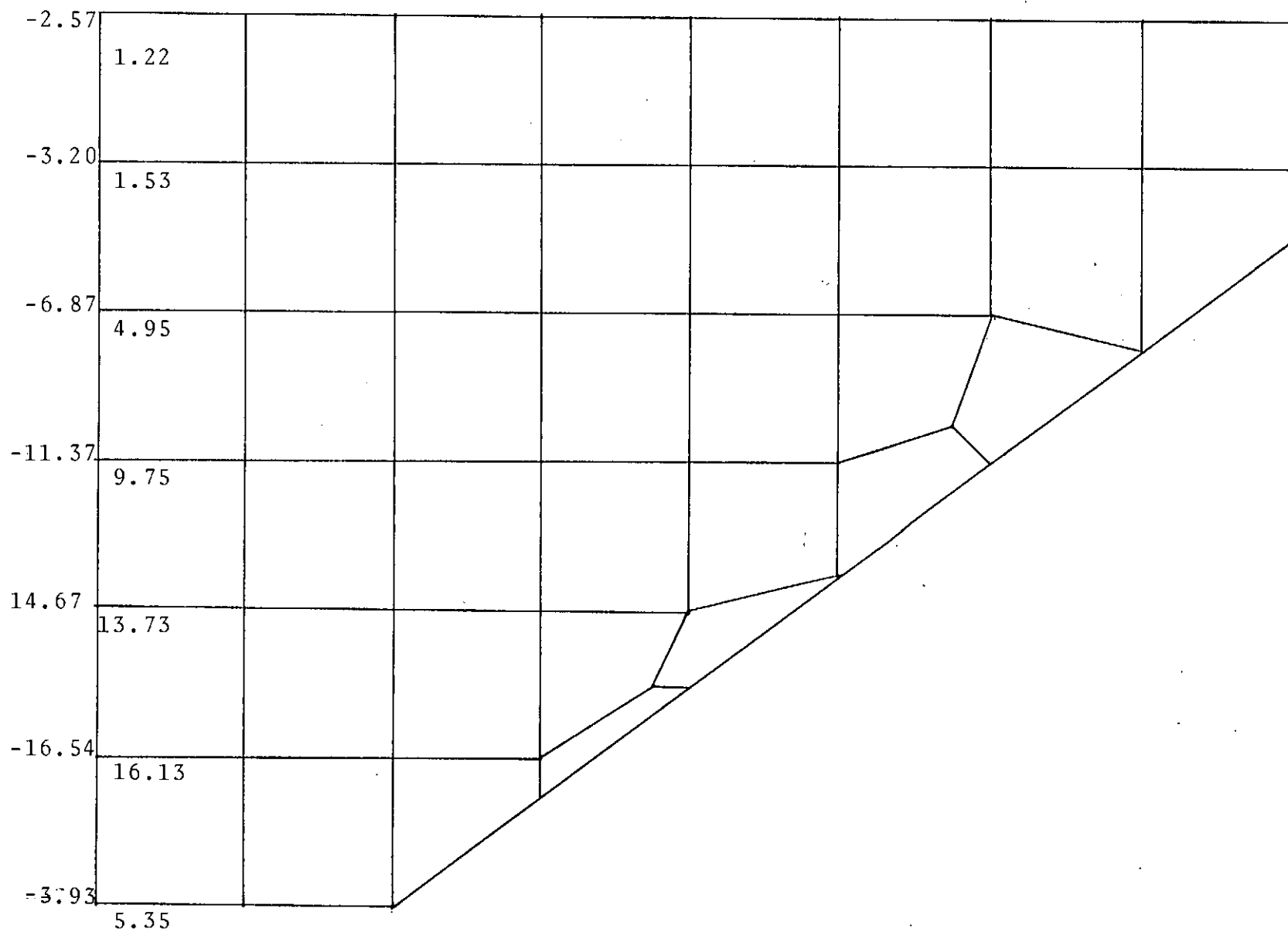
Tensões normais na direção σ_z (kg/cm^2) - com um vertedouro na região inferior, vale rígido



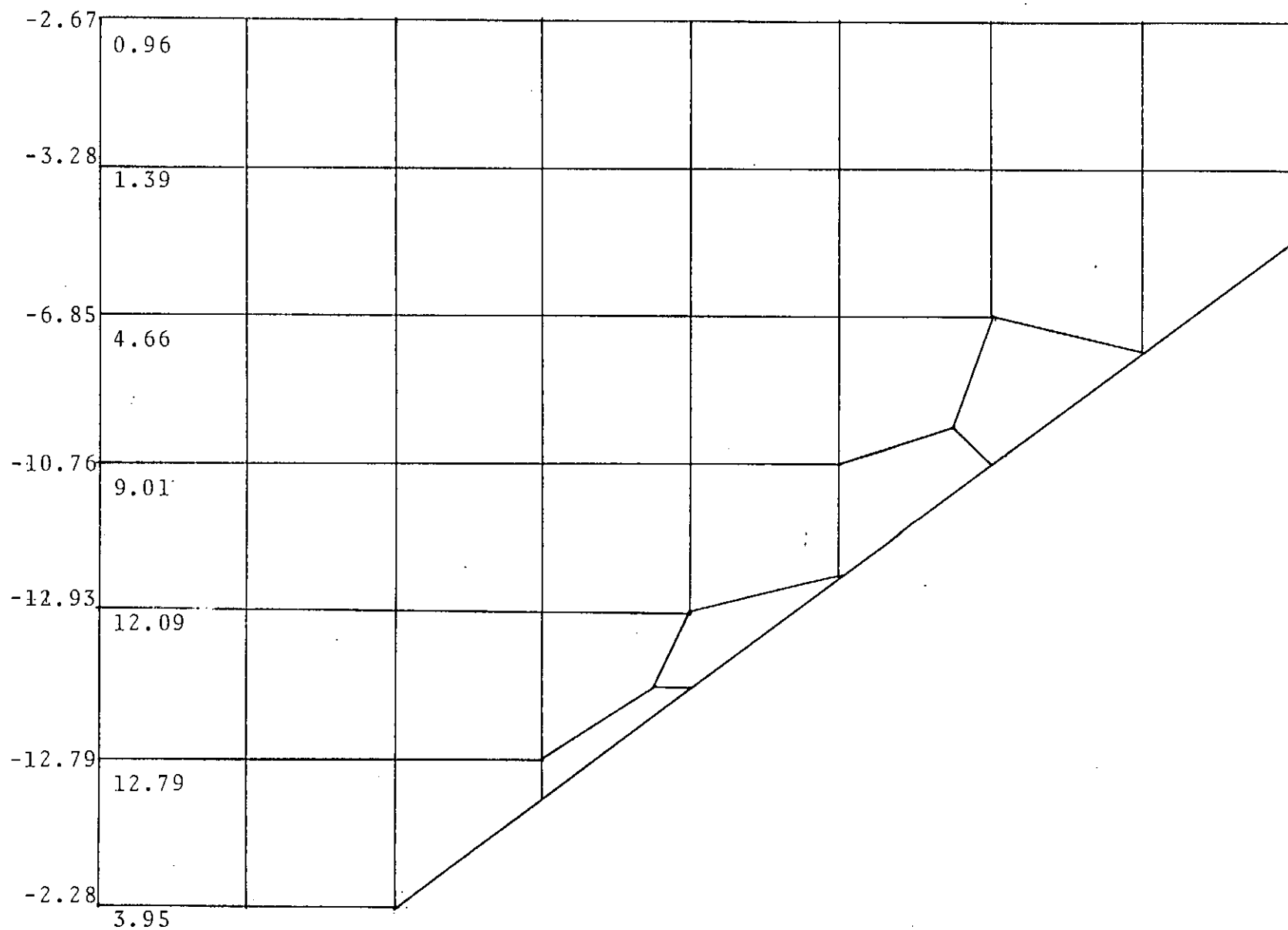
Tensões normais na direção Z (kg/cm^2) - com dois vertedouros inferiores, vale rígido



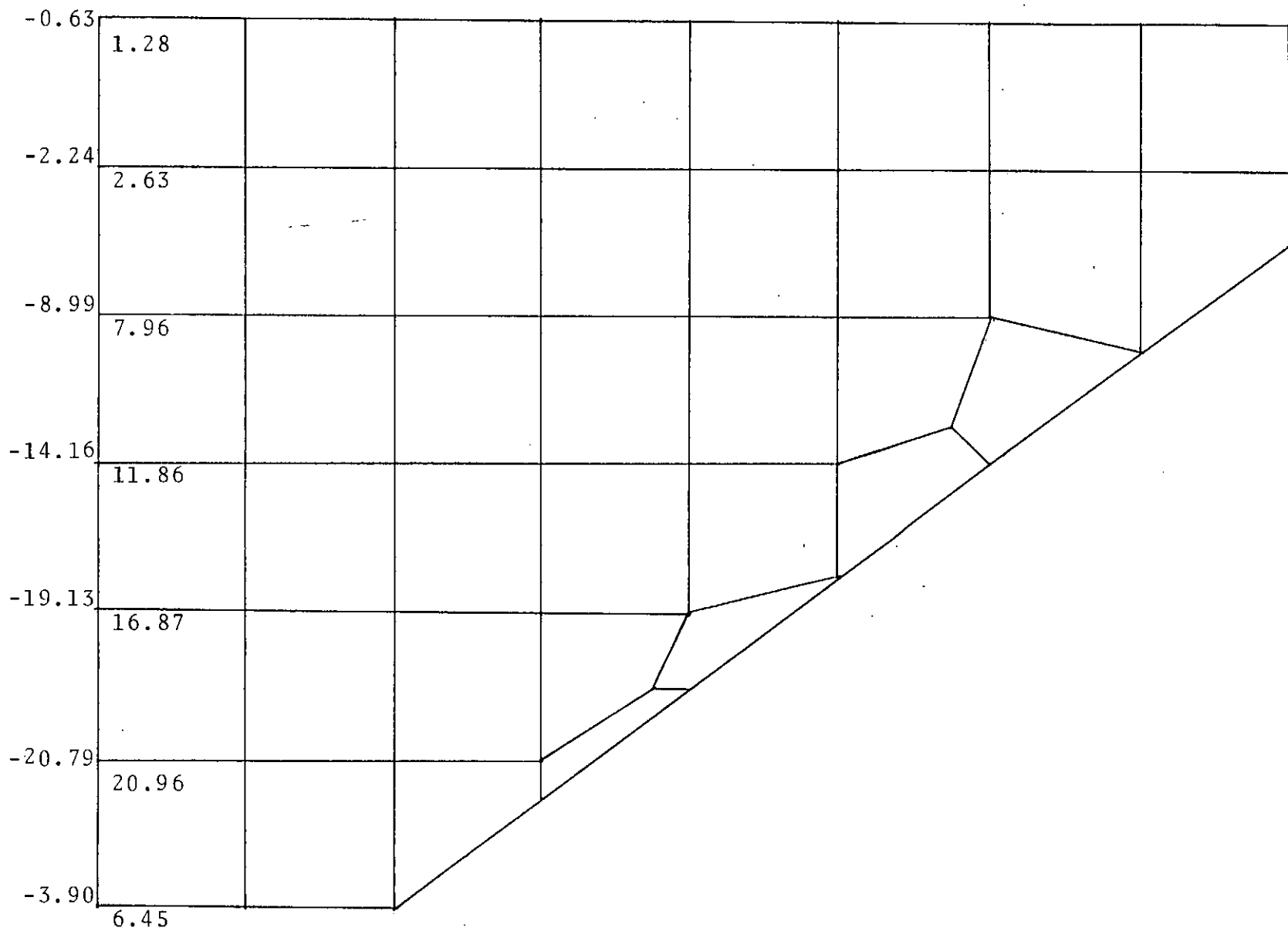
Tensões normais na direção σ_z (kg/cm²) - sem vertedouro, vale elástico



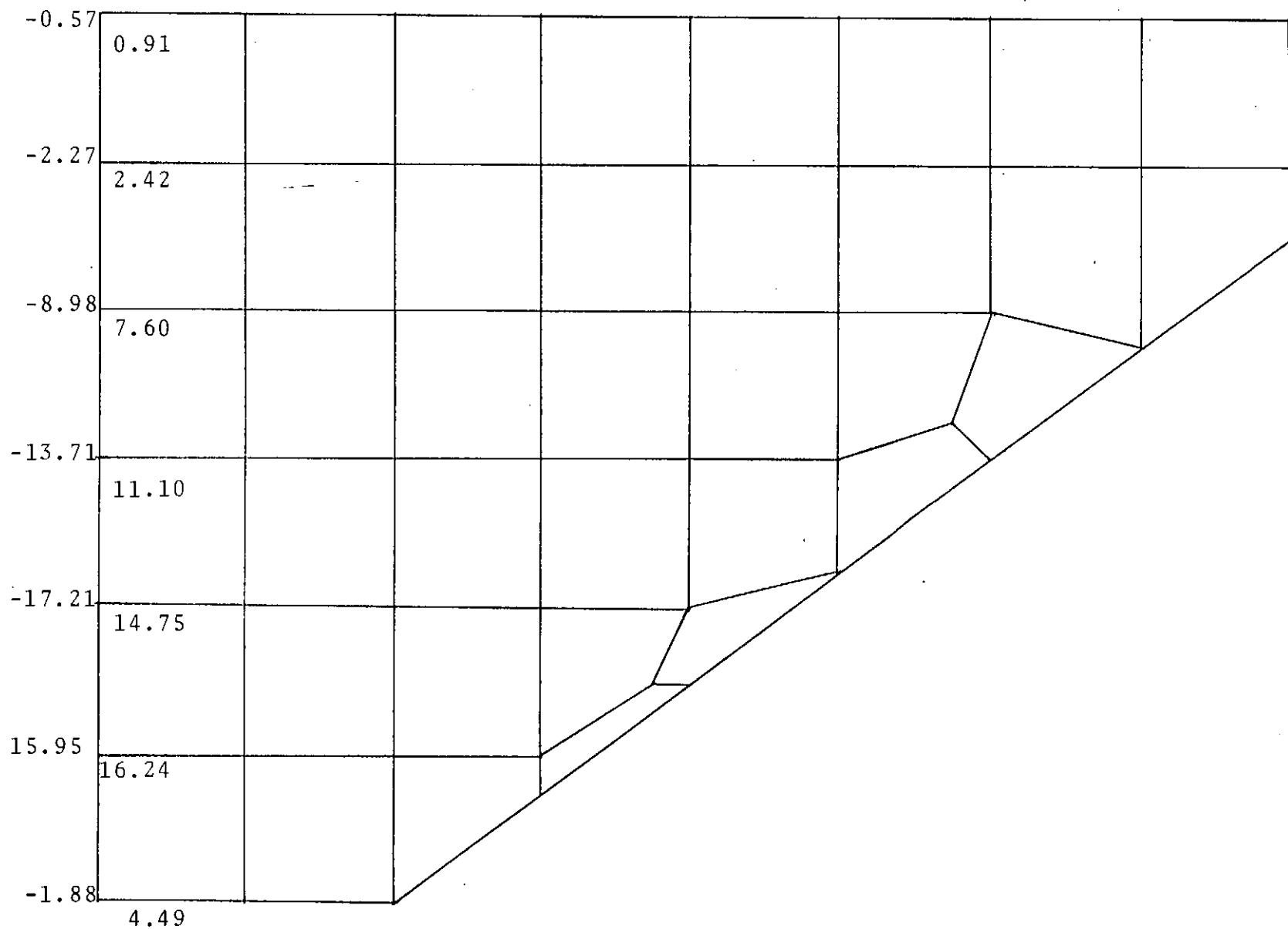
Tensões normais na direção Z (kg/cm^2) - com um vertedouro, superior, vale elástico



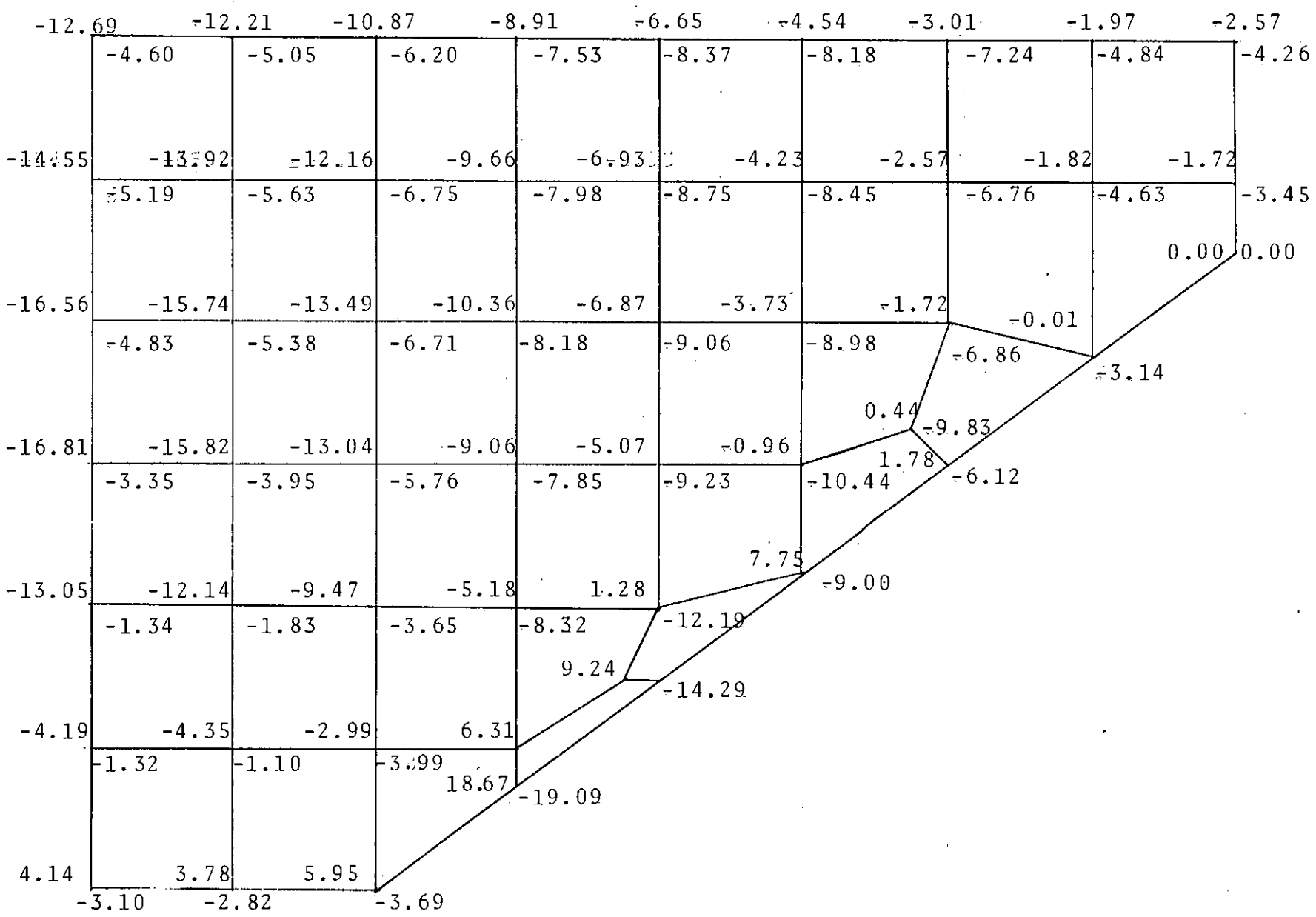
Tensões normais na direção σ_z (kg/cm²) - com dois vertedouros na região superior, vale elástico



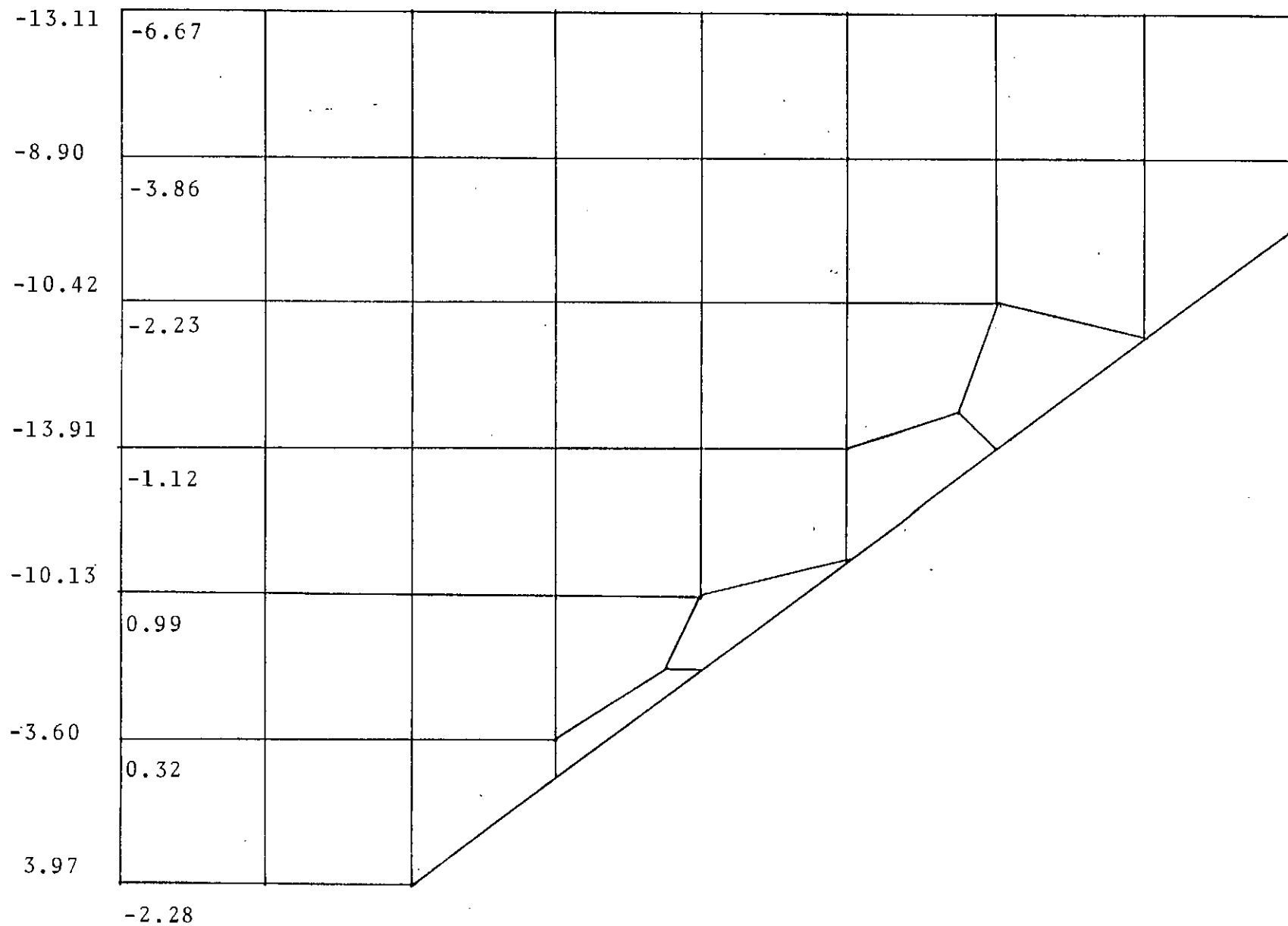
Tensões normais na direção $Z(\text{kg/cm}^2)$ - com um vertedouro inferior, vale elástico



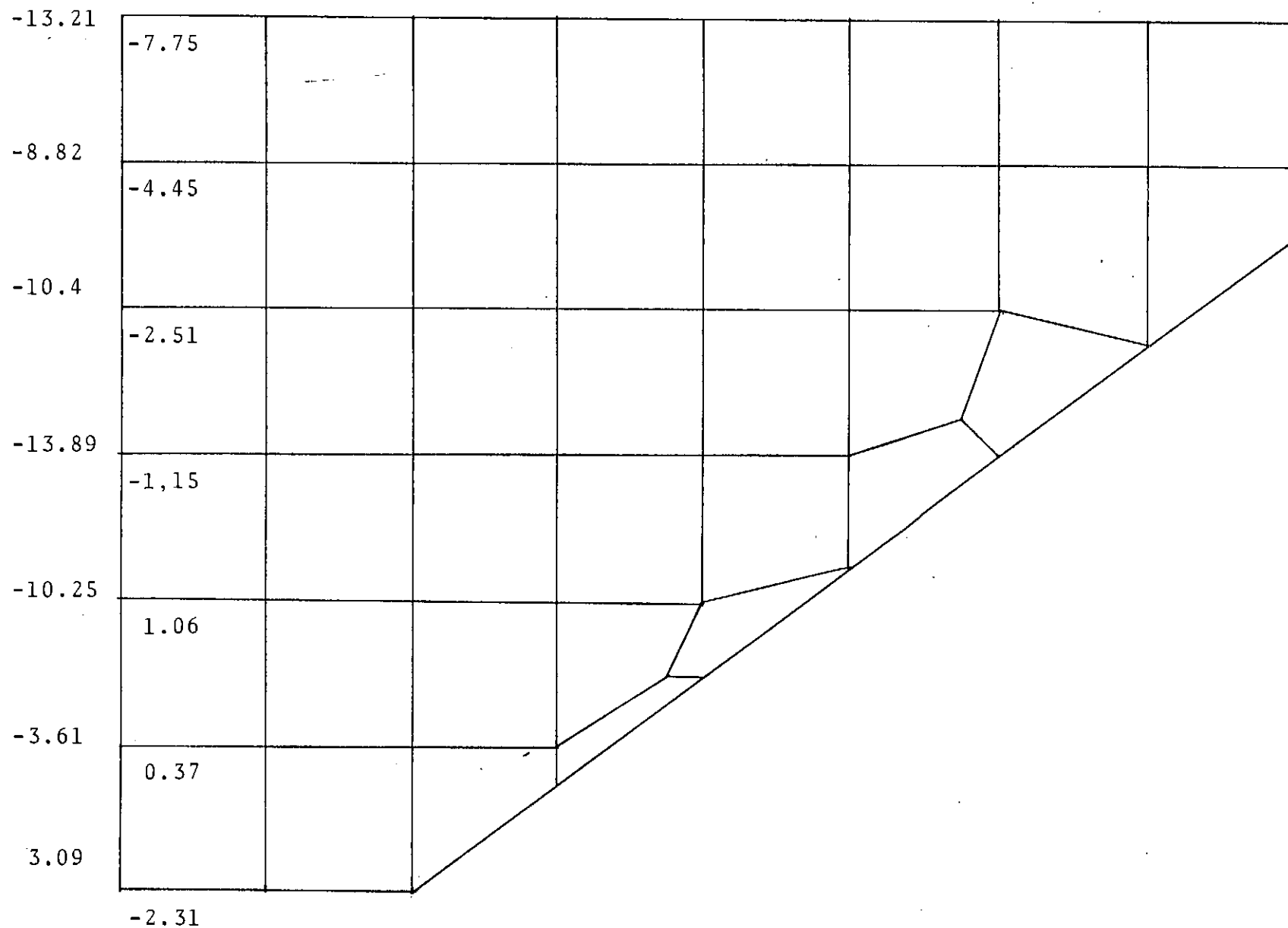
Tensões normais na direção σ_z (kg/cm^2) - com dois vertedouros na região inferior, Vale elástico



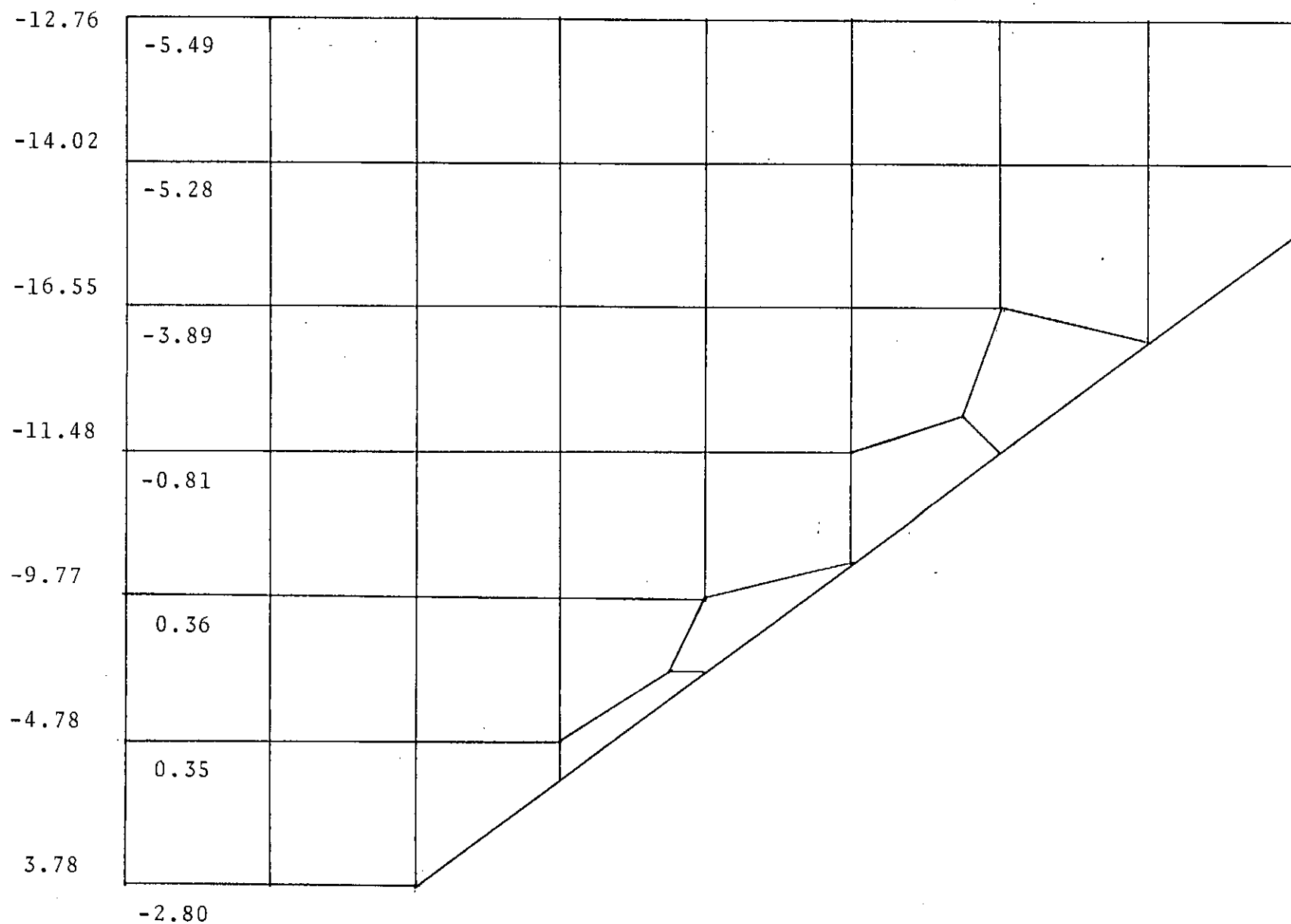
Tensões normais na direção X(kg/cm²) - sem vertedouro, vale rígido



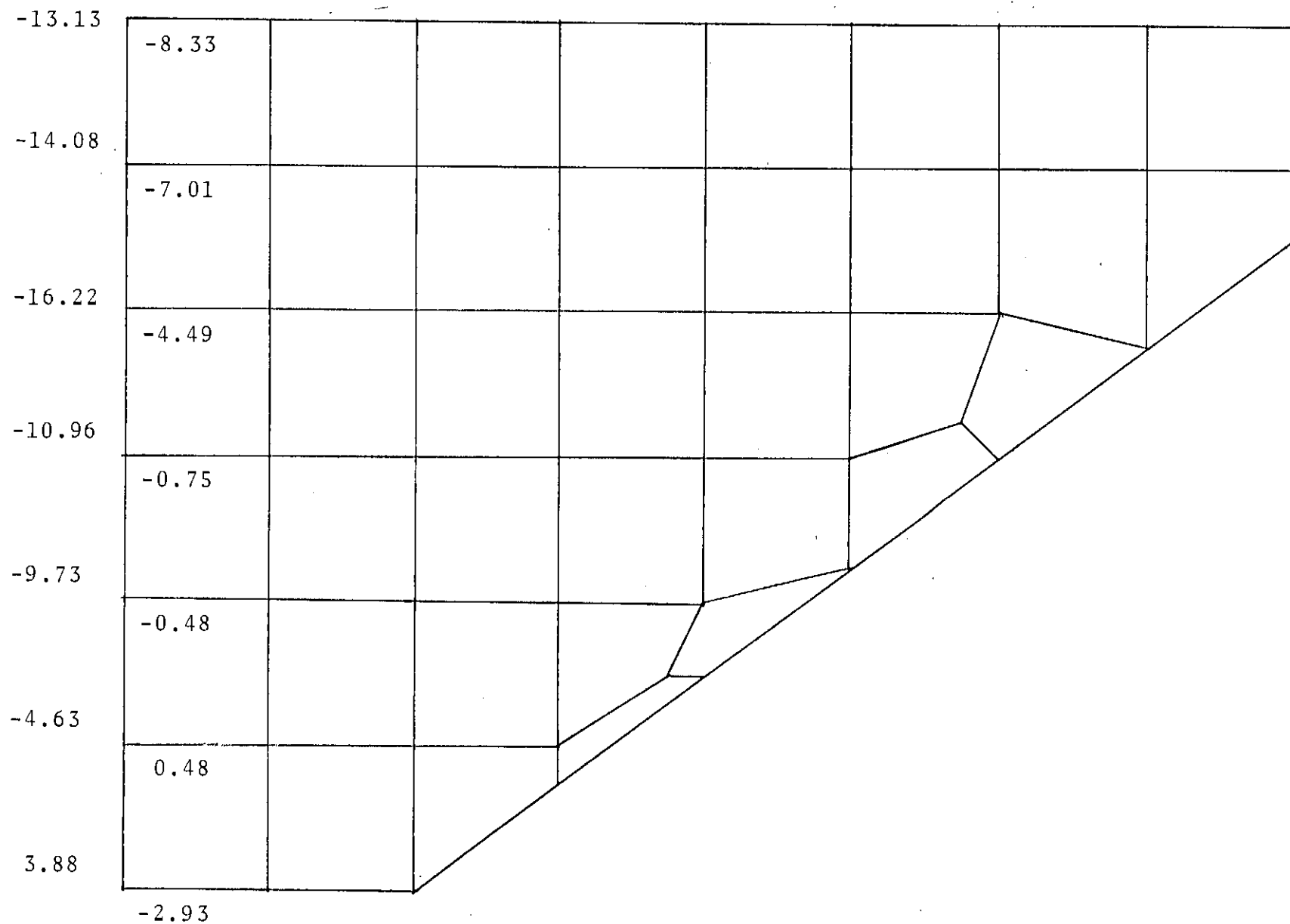
Tensões normais na direção σ_x (kg/cm^2) - com um vertedouro na região superior, vale rígido



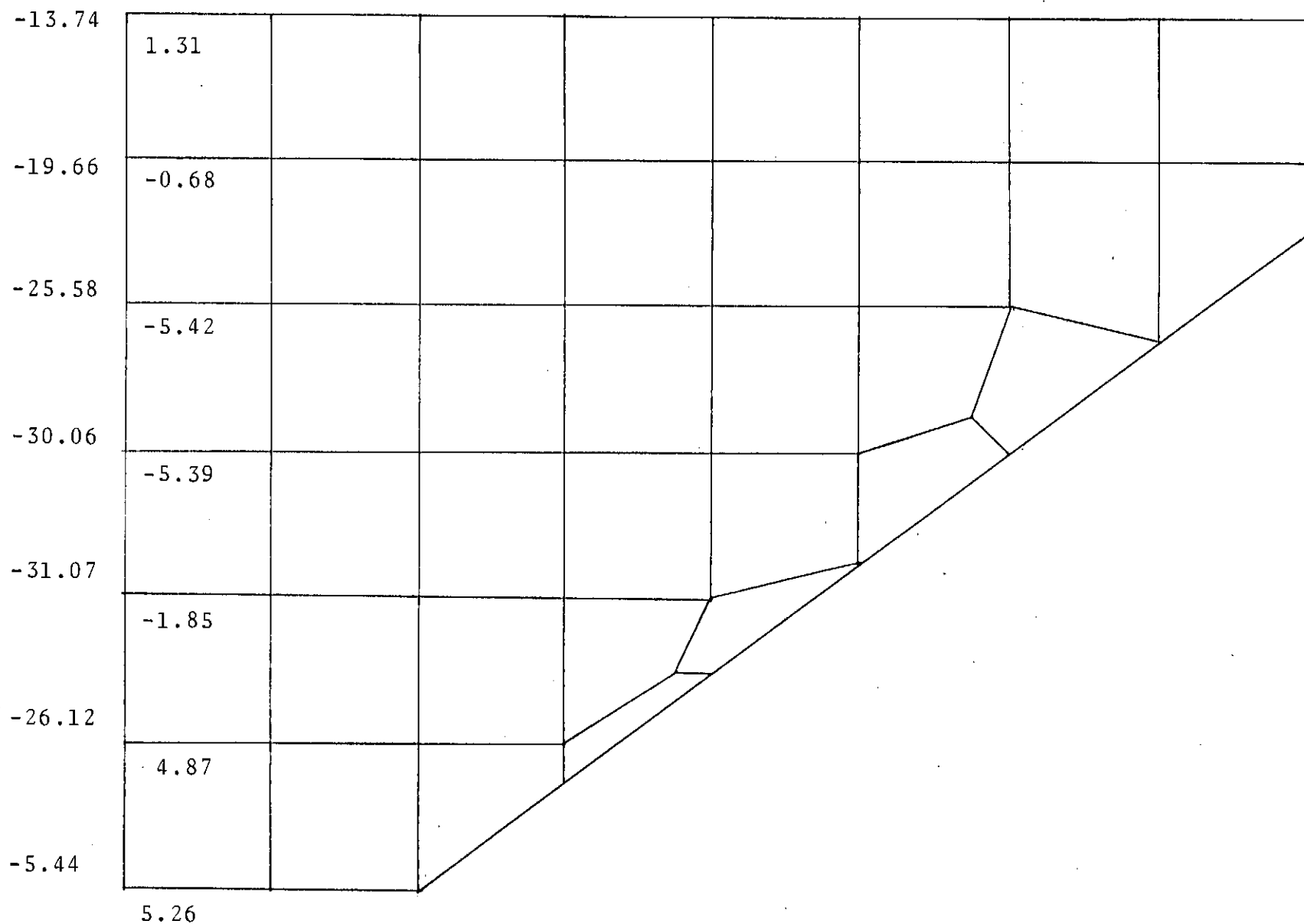
Tensões normais na direção X(kg/cm²) - com dois vertedouros superiores, vale rígido



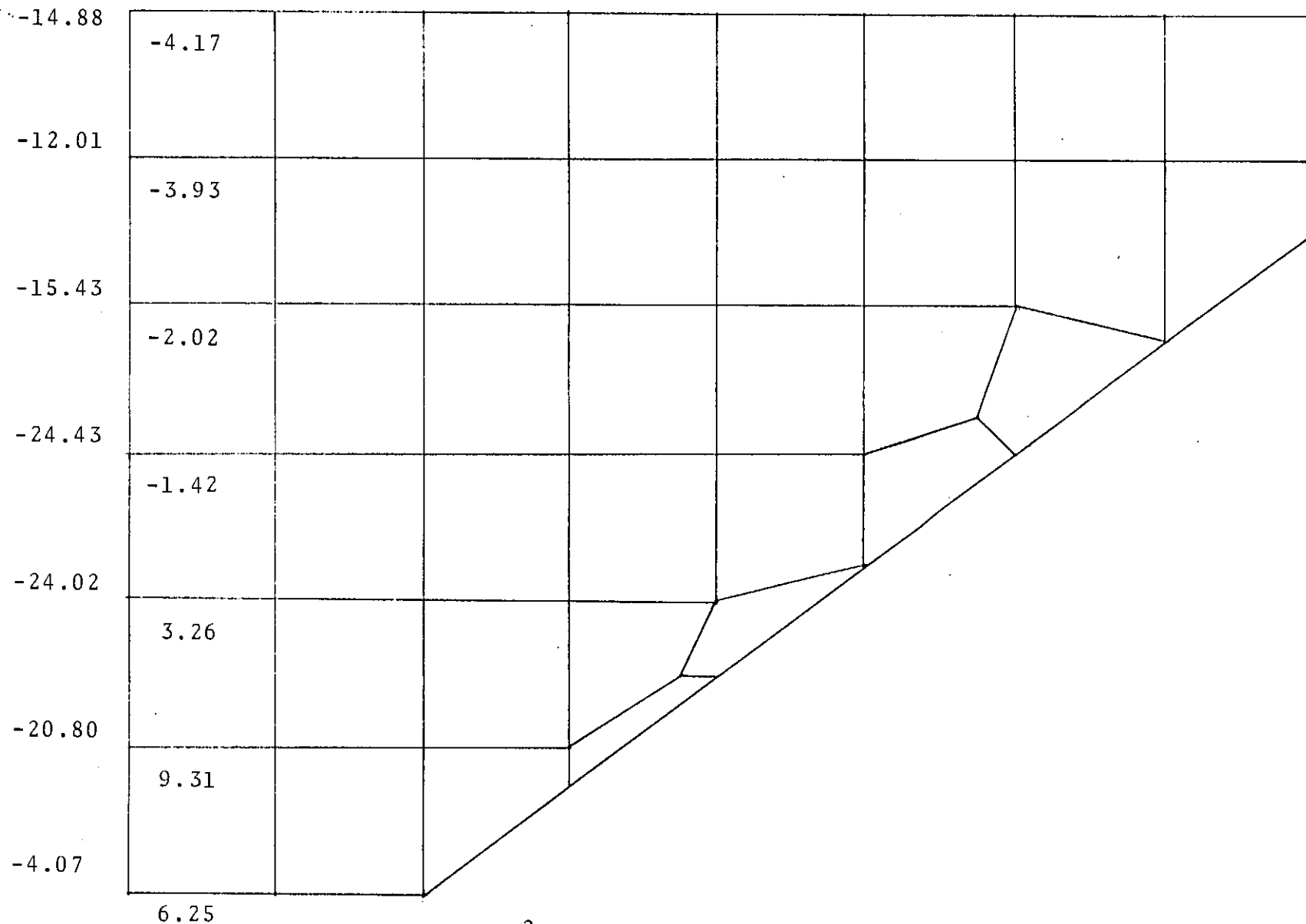
Tensões normais na direção σ_x (kg/cm^2) - com um vertedouro na região inferior, vale rígido



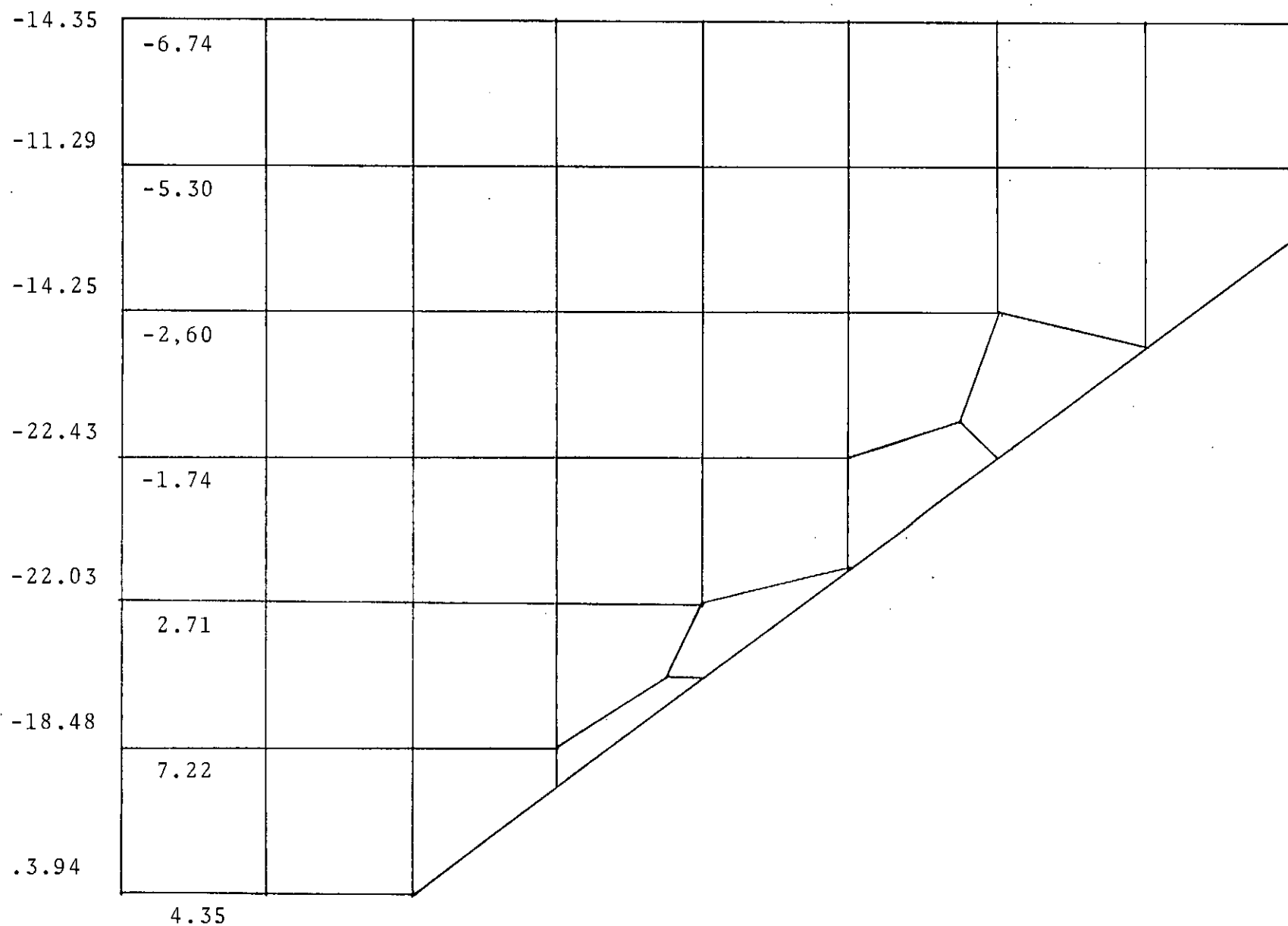
Tensões normais na direção X (kg/cm^2) - com dois vertedouros inferiores, vale rígido



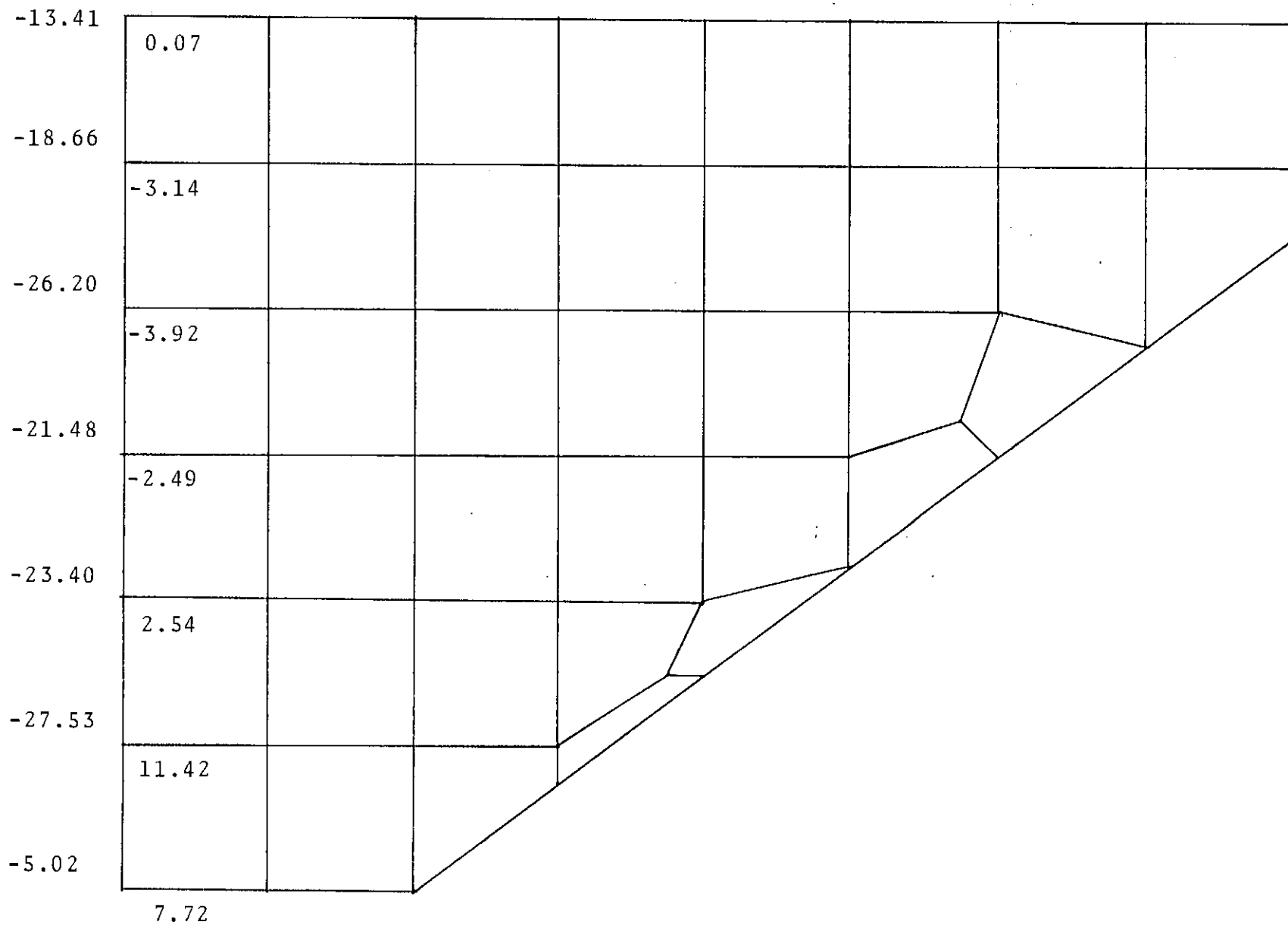
Tensões normais na direção σ_x (kg/cm²) - sem vertedouro, vale elástico



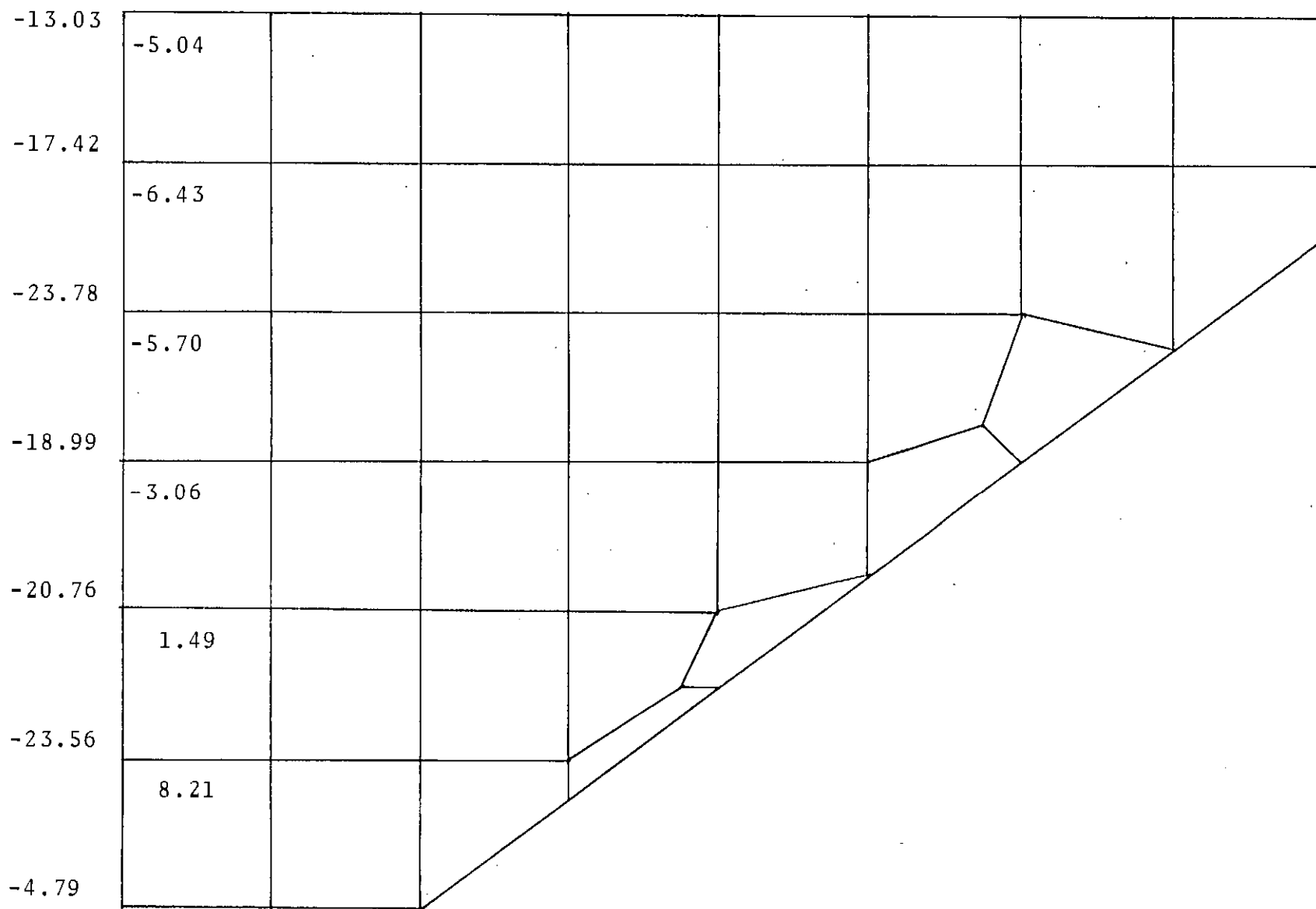
Tensões normais na direção X(kg/cm²) - com um vertedouro superior, vale elástico



Tensões normais na direção σ_x (kg/cm^2) - com dois vertedouros na região superior, vale elástico



Tensões normais na direção X (kg/cm^2) - com um vertedouro inferior, vale elástico



5.14

Tensões normais na direção σ_x (kg/cm²) - com dois vertedouros na região inferior, vale elástico